

Ocena wytrzymałości konstrukcji zawierającej pęknięcia

Strength evaluation of cracked structure

MICHAŁ JASZTAŁ*

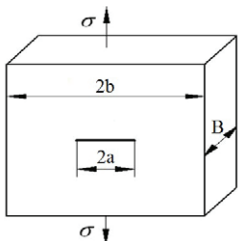
Materiały z XX SKWPIE, Jurata 2016 r.
DOI: 10.17814/mechanik.2016.7.137

Artykuł przedstawia zagadnienia oceny wytrzymałości elementów konstrukcji zawierających pęknięcia. Dokonano porównania nośności elementu z pęknięciem, wyznaczonej klasyczną metodą naprężeń nominalnych oraz metodą opartą na mechanice pęknięcia. Pokazano, jak sposób obciążenia oraz położenie pęknięcia wpływają na wartość naprężeń wokół wierzchołka pęknięcia. Zamieszczono przykład obliczeń numerycznych współczynnika intensywności naprężeń z wykorzystaniem oprogramowania ANSYS.

SŁOWA KLUCZOWE: wytrzymałość konstrukcji, mechanika pęknięcia, współczynnik intensywności naprężeń, metody numeryczne

Presented paper includes strength evaluation of cracked structure. Author draw a comparison between structure element's effort with use of classic nominal stress method and fracture mechanics method. The example illustrates influence of load mode and crack location on stress value around crack tip. Example of numerical calculation of stress intensity factor with use of ANSYS software was attached. KEYWORDS: structure strength, fracture mechanics, stress intensity factor, numerical methods

Podstawowymi cechami, jakimi powinny charakteryzować się konstrukcje mechaniczne, są trwałość, niezawodność i bezpieczeństwo podczas eksploatacji. W niniejszym artykule poruszane są zagadnienia oceny wytrzymałości obciążonych elementów konstrukcji zawierających pęknięcia. Występowanie pęknięć w rzeczywistych elementach konstrukcji jest nieuniknione, przez co zmienia się radykalnie sposób ich analizy, wykorzystywane wielkości kryterialne oraz kryteria zniszczenia [1]. Dobrym przykładem na to może być wyznaczenie nośności elementu z pęknięciem przy pomocy klasycznej metody naprężeń nominalnych oraz metody opartej na mechanice pęknięcia. Rozpatrywana będzie rozciągana płyta o szerokości równej $2b$ z pęknięciem centralnym o długości $2a$, przedstawiona na rys. 1.



Rys. 1. Rozciągana płyta z centralnym pęknięciem

Wyznaczenie nośności rozciąganego elementu zawierającego pęknięcie w sposób klasyczny sprowadza się do obliczenia naprężenia dla przekroju nominalnego. Powierzchnia tego przekroju jest wyznaczana poprzez pomniejszenie przekroju całkowitego $A = 2b \cdot B$ o wielkość powierzchni pęknięcia A_{pek} . Przyjmując warunek wytrzymałościowy $\sigma_{nom} < R_m$ (gdzie: R_m to wytrzymałość na rozciąganie), otrzymujemy zależność opisującą nośność elementu:

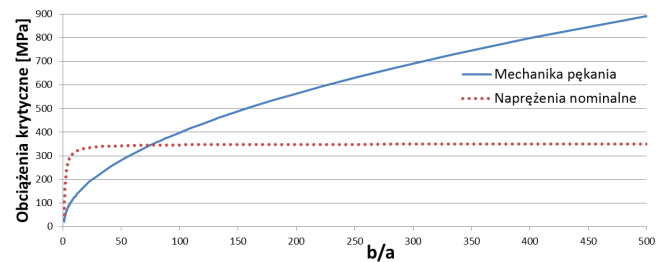
$$\sigma_{nom}^{kr} = R_m \left(1 - \frac{a}{b}\right) \quad (1)$$

Wychodząc natomiast z zasad mechaniki pęknięcia, stosujemy kryterium zniszczenia $K_I = K_{Ic}$, tj. osiągnięcia przez bie-

żącą wartość WIN – współczynnika intensywności naprężeń K_I wartości krytycznej K_{Ic} . Nośność rozważanego elementu może więc być opisana równaniem:

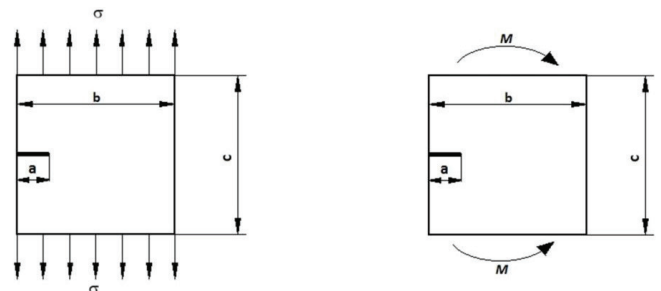
$$\sigma^{kr} = K_{Ic} / \left(\sqrt{\pi a} \left[1 + 0,128 \left(\frac{a}{b}\right) - 0,288 \left(\frac{a}{b}\right)^2 + 1,523 \left(\frac{a}{b}\right)^3 \right] \right) \quad (2)$$

Zakładając, że element został wykonany z materiału, dla którego $R_m = 350$ MPa, $K_{Ic} = 50$ MPa \sqrt{m} , $b = 0,5$ m otrzymano krzywe nośności przedstawione na rys. 2.



Rys. 2. Nośność rozciąganego elementu z centralnym pęknięciem

Na podstawie rys. 2 możemy stwierdzić, że wybór odpowiedniego kryterium decydującego o nośności elementu zależy od stosunku szerokości elementu do długości pęknięcia. W analizowanym przypadku wartością graniczną tego stosunku jest $b/a \approx 75$, co oznacza, iż tylko dla pęknięć stosunkowo krótkich – o długości całkowitej $2a < 0,0133$ m – bardziej bezpieczne jest kryterium naprężeń nominalnych (ponieważ daje ono mniejszą nośność elementu). Natomiast dla pęknięć dłuższych $2a > 0,0133$ m należy prowadzić analizę wytrzymałości zgodnie z zasadami mechaniki pęknięcia. Z oczywistych względów nośność elementu zmniejsza się znacząco wraz ze wzrostem pęknięcia. Jednakże intensywność tej zmiany zależna jest od sposobu obciążenia elementu.



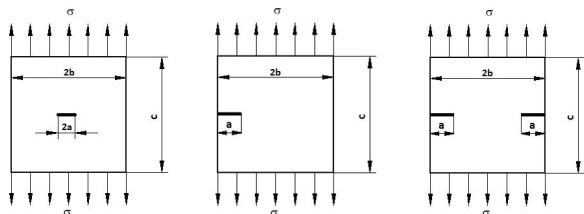
Rys. 3. Geometria płyty obciążonej ciągnięciem oraz momentem [6]

Dla przykładu przeanalizujemy przypadek obciążenia płyty ciągnięciem ($\sigma = 100$ MPa) oraz momentem gnącym ($M = 27 \cdot 10^5$ Nm) dla dwóch wariantów szerokości płyty (rys. 3). W pierwszym wariantcie pęknięcie ma długość $a = 0,04$ m, a płyta ma wymiary $b = 0,4$ m oraz $c = 0,4$ m. Natomiast w drugim wariantcie zwiększono jedynie szerokość płyty, tj. $b = 0,7$ m. Wyniki przeprowadzonych obliczeń WIN dla dwóch wartości stosunku szerokości elementu do długości pęknięcia przedstawiono w tabl. I. Możemy na ich podstawie stwierdzić, iż zmiana nośności elementu w przypadku obciążenia momentem siły jest znacznie większa niż w przypadku obciążenia siłą rozciągającą [6].

* Dr inż. Michał Jasztal (michal.jasztal@wat.edu.pl) – Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Mechatroniki i Lotnictwa, Instytut Techniki Lotniczej

TABLICA I. Wyniki obliczeń dla różnych sposobów obciążenia elementu oraz dwóch wariantów wymiarów geometrycznych [6]

Analizowany przypadek	Wariant	K_I [MPa \sqrt{m}]
Płyta rozciągana, z pęknięciem na krawędzi	1	41,953
	2	40,316
Płyta obciążona momentem gnącym, z pęknięciem na krawędzi	1	37,395
	2	12,439



Rys. 4. Geometria elementu: z pęknięciem położonym centralnie, z jednym pęknięciem na krawędzi, z pęknięciami na krawędziach [6]

TABLICA II. Wyniki obliczeń współczynnika intensywności naprężeń dla trzech wariantów położenia pęknięcia [6]

Analizowany przypadek	K_I [MPa \sqrt{m}]
Płyta rozciągana z centralnym pęknięciem	35,846
Płyta rozciągana z pęknięciem na krawędzi	40,141
Płyta rozciągana z pęknięciami na krawędziach	40,045

Analizując wytrzymałość elementów konstrukcji zawierających pęknięcia, należy również zwrócić uwagę na istotne znaczenie położenia pęknięcia w elemencie konstrukcji. Aby zobrazować istniejące różnice, przedstawiona zostanie analiza nośności płyty rozciąganej z pęknięciem położonym centralnie, następnie z jednym pęknięciem na krawędzi oraz dwoma pęknięciami symetrycznie położonymi na krawędziach (rys. 4).

W wyniku przeprowadzonych obliczeń uzyskano wartości współczynnika intensywności naprężeń dla trzech wariantów położenia pęknięcia (tabl. II) przy tych samych wartościach wymiarów geometrycznych i obciążenia ($a = 0,04$ m, $b = 0,4$ m, $c = 0,4$ m, $\sigma = 100$ MPa).

Na podstawie przedstawionych w tabl. II wielkości naprężeń wokół wierzchołka pęknięcia, definiowanych współczynnikiem intensywności, możemy zaobserwować, że dla ustalonej długości pęknięcia największe naprężenia występują dla pojedynczego pęknięcia krawędziowego (pomimo największej nominalnej powierzchni przekroju w miejscu pęknięcia). Jest to potwierdzeniem generalnej zasady, iż najbardziej niebezpieczne z punktu widzenia obniżenia nośności konstrukcji są przypadki niesymetrycznego występowania pęknięć [1].

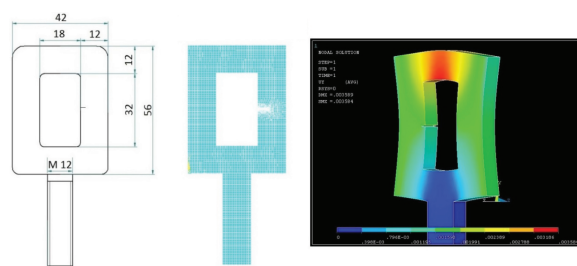
Mnogość czynników wpływających na nośność konstrukcji zawierającej pęknięcia powoduje istotne trudności w określeniu i analizie bezpieczeństwa jej eksploatacji. Jednocześnie rozwój metod numerycznych i coraz większa dostępność specjalistycznego oprogramowania inżynierskiego skłaniają wielu inżynierów do wyboru tej metody szacowania wytrzymałości konstrukcji.

Przykład obliczeń z wykorzystaniem ANSYS

Ponieważ pole naprężeń w wierzchołku pęknięcia posiada osobliwość typu $1/\sqrt{r}$, to podczas modelowania tej osobliwości za pomocą MES należy użyć specjalnego typu elementów, tj. zdegenerowanych elementów parabolicznych (Quarter Point Elements – QPE [3]).

Objektem poddanym analizie jest ucho nośne o wymiarach przedstawionych na rys. 5a obciążone siłą rozciągającą $P = 1000$ N. Element jest wykonany ze stali o module Younga $E = 210$ GPa oraz współczynnika Poissona $\nu = 0,25$.

Zadanie polegało na wyznaczeniu współczynnika intensywności naprężeń drogą obliczeń numerycznych. Modelowanie elementu oraz obliczenia numeryczne przeprowadzono w programie ANSYS, przyjmując liniowo-sprężysty zakres mechaniki pęknięcia i płaski stan odkształcenia. W ramach zadania opracowano trójwymiarowy model geometryczny oraz



Rys. 5. a) wymiary; b) model MES; c) rozkład przemieszczeń [5]

TABLICA III. Zestawienie wyników obliczeń numerycznych [5]

Długość pęknięcia [mm]	2	3	4	5	6	8	10
WIN · K_I [MPa \sqrt{m}]	25,265	31,095	36,255	40,924	45,071	51,449	55,996

model MES (rys. 5b) analizowanego elementu. Wyznaczone zostały rozkłady naprężeń oraz przemieszczeń (rys. 5c) dla przyjętego obciążenia. Wartości współczynnika intensywności naprężeń zostały obliczone numerycznie dla różnych długości pęknięcia i zestawione w tabl. III. Należy podkreślić, iż obliczenie WIN dla poszczególnych długości pęknięcia wymaga budowy odrębnego modelu, jednakże proces ten może być „zautomatyzowany” dzięki możliwości wykorzystania języka programowania APDL (ANSYS Parametric Design Language).

Otrzymane WIN mogą być porównane z wielkością krytyczną $WIN \cdot K_{Ic}$ dla danego materiału, co pozwoli na określenie krytycznej długości pęknięcia, powyżej której nastąpi zniszczenie elementu.

Podsumowanie

Podstawowym zadaniem inżynierii jest ocena zdolności konstrukcji do przenoszenia obciążeń, jednakże występowanie pęknięć w elementach konstrukcji zmienia: sposób prowadzenia analizy wytrzymałości, wielkości kryterialne i kryteria zniszczenia. Niezbędne staje się wykorzystywanie w tym zakresie zasad mechaniki pęknięcia. Nośność elementów zawierających pęknięcia nie tylko zmienia się znacząco wraz ze zmianą wielkości tych defektów, ale również zależy od sposobu obciążenia elementu oraz wzajemnego położenia element-pęknięcie. Pomimo istnienia w ramach Unii Europejskiej procedur FITNET, które są zunifikowanym podejściem do oceny wytrzymałości elementów zawierających defekty, bardzo popularnym narzędziem wykorzystywanym w analizie tego typu obiektów są metody numeryczne. Zamieszczony w pracy przykład obliczeń z wykorzystaniem oprogramowania ANSYS przedstawia obliczenia współczynnika intensywności naprężeń, który charakteryzuje pole naprężeń wierzchołkowych w zakresie liniowo-sprężystej mechaniki pęknięcia. ANSYS daje również możliwość wyznaczenia wartości całki energii J , którą można stosować zarówno w liniowym, jak i nieliniowym zakresie. Dodatkowo możliwości programu ANSYS znacząco zwiększa istnienie wewnętrznego języka programowania APDL.

LITERATURA

- German J. „Podstawy mechaniki pęknięcia”. Kraków: Politechnika Krakowska, 2011.
- Neimitz A. „Mechanika pęknięcia”. Warszawa: PWN, 1998.
- Zagrajek T., Krzesiński G., Marek P. „Metoda elementów skończonych w mechanice konstrukcji. Ćwiczenia z zastosowaniem systemu ANSYS”. Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2006.
- Jasztal M. „Modelowanie pęknięć w elementach konstrukcji na potrzeby numerycznych obliczeń trwałości zmęczeniowej”. Warszawa: Problemy Mechatroniki. Uzbrojenie, Lotnictwo, Inżynieria Bezpieczeństwa, 2012.
- Lewicki B. „Modelowanie rozwoju pęknięć zmęczeniowych z wykorzystaniem oprogramowania ANSYS”. Warszawa: WAT, Praca dyplomowa pod kierownictwem Michała Jaształa, 2013.
- Walicka P. „Analityczne i numeryczne obliczenia współczynnika intensywności naprężeń”. Warszawa: WAT, Praca dyplomowa pod kierownictwem Michała Jaształa, 2016.