

Wpływ skrajnej krawędzi frezu ślimakowego na kształtowanie boku zęba ślimacznicy

Effect of the extreme hob edge on generation of the wormwheel tooth flank

PIOTR POŁOWNIAK
MARIUSZ SOBOLAK*

DOI: 10.17814/mechanik.2016.7.225

Omówiono wpływ skrajnych krawędzi skrawających frezu globoidalnego na kształtowanie powierzchni zęba ślimacznicy przekładni ślimakowej globoidalnej. Wyprowadzono matematyczny opis tej powierzchni i z modelu matematycznego wyeksportowano ją do systemu CAD. Przedstawiony model zęba ślimacznicy uwzględnia wpływ skrajnych krawędzi skrawających frezu. Na powierzchni zęba ślimacznicy wskazano obszary powstające w wyniku kształtowania środkową częścią frezu oraz krawędziami skrajnymi.

SŁOWA KLUCZOWE: ślimacznica, przekładnia ślimakowa globoidalna

This paper presents the effect of the globoid hob extreme cutting edges on generation of the wormwheel tooth flank profile of globoid worm gear. Mathematical formula for the said flank surface was worked out. The surface drawn from the mathematical model was exported to CAD system. The model of the wormwheel tooth was presented with the effect of the extreme hob edges taken into consideration. The regions on the wormwheel flank as generated by the middle part of the of hob and by its extreme edges were identified respectively.

KEYWORDS: wormwheel, globoid worm gear

W pracy [4] przedstawiono sposób modelowania ślimacznicy z wykorzystaniem systemów CAD. Rozpatrywano obróbkę pojedynczego wrębu międzyzębnego. W procesie modelowania ślimacznicy nie uwzględniano kształtowania boku zęba przez skrajną krawędź skrawającą narzędzia (rys. 1). Niniejszy artykuł jest kontynuacją [4] i pokazuje, jaki wpływ na kształt zęba ślimacznicy w czasie obróbki obwodniowej mają skrajne krawędzie skrawające narzędzia. Na boku zęba wskazano obszary generowane przez poszczególne części frezu. Sposoby modelowania podane w [4] oraz w tym artykule pozwalają na poprawne zaprojektowanie ślimacznicy przekładni ślimakowej globoidalnej.

Kształtowanie wrębu ślimacznicy

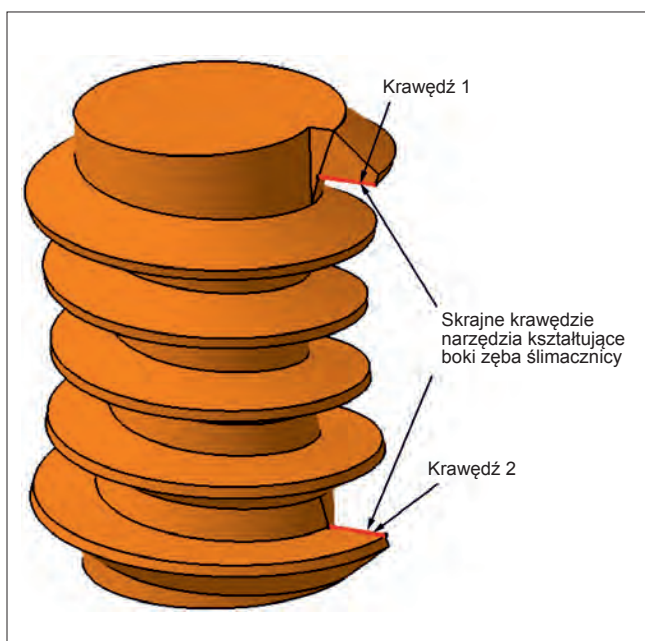
Frez do obróbki obwodniowej ślimacznicy przypomina ślimaka globoidalnego. W rzeczywistej obróbce powierzchnia zębów ślimacznicy jest kształtowana przez określoną liczbę krawędzi skrawających frezu. Zamodelowane narzędzie (rys. 1) można sobie wyobrazić jako frez wyposażony w nieskończenie wiele krawędzi skrawających [4].

W trakcie nacinania ślimacznicy jeden bok jest kształtowany przez krawędź 1 (rys. 1), a drugi – przez krawędź 2. Przykładową analizę przeprowadzono dla pojedynczego boku zęba.

Według [1] powierzchnia boku zębów ślimacznicy częściowo jest efektem działania ostrzy skrawających w środkowej części frezu, a częściowo – skrajnych krawędzi. Do utworzenia powierzchni bocznych zębów ślimacznicy kształtowanych przez skrajną krawędź frezu wykorzystano model matematyczny.

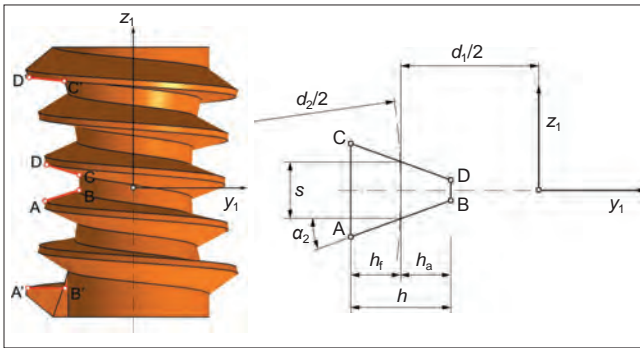
W rozważanym przypadku przyjęto prostoliniowy zarys osiowy zęba ślimaka obróbkowego (narzędzia). Uwzględniając wybrane parametry geometryczne przekładni ślimakowej globoidalnej, można określić podstawowe parametry geometryczne wrębu ślimacznicy w przekroju środkowym lub zęba ślimaka obróbkowego w przekroju osiowym [2]. Następnie wyznacza się równanie parametryczne zarysu osiowego narzędzia. Na tej podstawie formułuje się równanie parametryczne skrajnej krawędzi skrawającej ślimaka obróbkowego. W dalszej kolejności tworzy się model matematyczny powierzchni skrawanej jako zbiór kolejnych położenia skrajnej krawędzi frezu podczas obróbki obwodniowej.

Na rys. 2 przedstawiono model ślimaka obróbkowego globoidalnego z wrysowanym zarysem wrębu i skrajnych krawędzi skrawających. Na wybranym fragmencie zarysu osiowego wrębu ślimaka obróbkowego pokazano jego podstawowe parametry geometryczne [2].



Rys. 1. Skrajne ostrza narzędzia kształtujące boki zęba ślimacznicy

* Mgr inż. Piotr Połowniak (ppolowniak@prz.edu.pl), dr hab. inż. Mariusz Sobolak prof. PRz (msobolak@prz.edu.pl) – Katedra Konstrukcji Maszyn, Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa Politechniki Rzeszowskiej



Rys. 2. Ślimak obróbkowy z wrysowanym zarysem wrębu i skrajnymi krawędziami skrawającymi oraz fragment zarysu osiowego ślimaka obróbkowego do określenia równania parametrycznego odcinka AB i A'B': s – szerokość wrębu ślimaka obróbkowego, d_1 – średnica podziałowa ślimaka, d_2 – średnica podziałowa ślimacznicy, h – wysokość wrębu ślimaka obróbkowego (wysokość zęba ślimacznicy), h_a – wysokość głowy zęba ślimacznicy, h_f – wysokość stopy zęba ślimacznicy, α_2 – kąt zarysu narzędzia

Mogą one posłużyć do określenia współrzędnych punktów definiujących wręb narzędzia [3].

Współrzędne punktu A(y_{1A} , z_{1A}), widocznego na rys. 2, są następujące:

$$\begin{aligned} y_{1A} &= -\left(\frac{d_1}{2} + h_f\right) \\ z_{1A} &= -\frac{s}{2} - h_f \cdot \operatorname{tg}(\alpha_2) \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie: d_1 – średnica podziałowa ślimaka, h_f – wysokość stopy zęba ślimacznicy, s – szerokość wrębu ślimaka obróbkowego, α_2 – kąt zarysu narzędzia.

Z kolei współrzędne punktu B(y_{1B} , z_{1B}) mają wartości:

$$\begin{aligned} y_{1B} &= -\frac{d_1}{2} + h_a \\ z_{1B} &= -\frac{s}{2} + h_a \cdot \operatorname{tg}(\alpha_2) \end{aligned} \quad (2)$$

gdzie h_a jest wysokością głowy zęba ślimacznicy.

Wektor kierunkowy prostej przechodzącej przez odcinek AB ma postać $[y_{1B} - y_{1A}, z_{1B} - z_{1A}]$. Równanie parametryczne odcinka AB jest określone jako:

$$\begin{aligned} x_1(u) &= 0 \\ y_1(u) &= y_{1A} + (y_{1B} - y_{1A}) \cdot u \\ z_1(u) &= z_{1A} + (z_{1B} - z_{1A}) \cdot u \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie u jest parametrem równania ($u = 0 \dots 1$).

Równanie parametryczne odcinka A'B' wynika z obrotu odcinka AB względem środka ślimacznicy o krotność podziałki kątowej ε mierzony względem środka ślimacznicy (rys. 3):

$$\varepsilon = \frac{360^\circ}{z_2} \quad (4)$$

gdzie z_2 – liczba zębów ślimacznicy.

Biorąc pod uwagę macierz transformacji odcinka AB, parametryczny opis odcinka A'B' (rys. 2) dla krotności podziałki równej 2 ma postać (rys. 3):

$$\begin{bmatrix} x'_1(u) \\ y'_1(u) \\ z'_1(u) \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -a \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

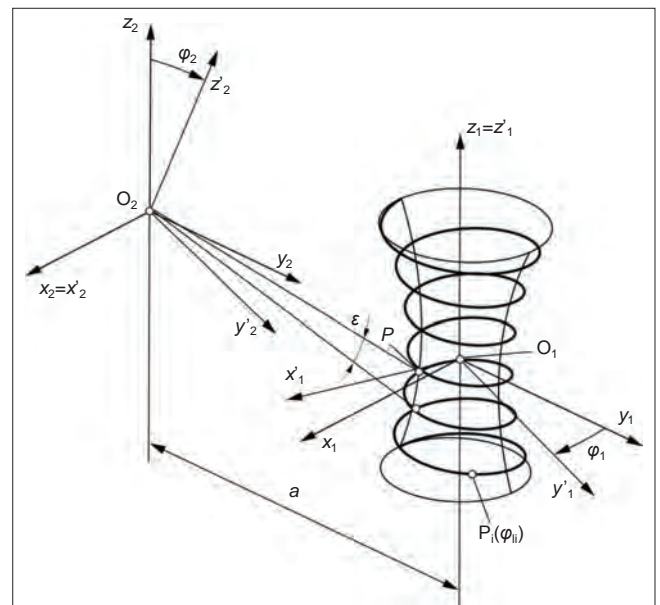
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(2\varepsilon) & -\sin(2\varepsilon) & 0 \\ 0 & \sin(2\varepsilon) & \cos(2\varepsilon) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & a \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(u) \\ y_1(u) \\ z_1(u) \\ 1 \end{bmatrix}$$

gdzie a – odległość osi ślimaka i ślimacznicy.

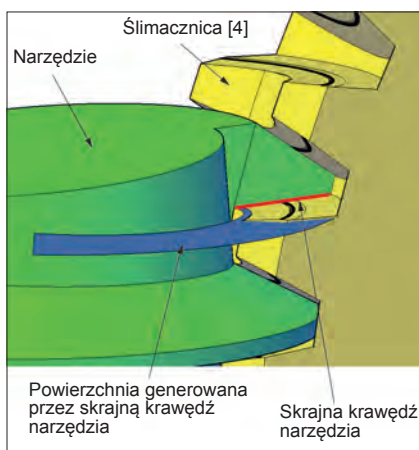
Wyznaczenie równania parametrycznego krawędzi skrawającej jest podstawą do dalszych analiz. Powierzchnię danej strony boku zęba ślimacznicy generowaną w czasie obróbki przez skrajną krawędź narzędzia przedstawia zestaw macierzy transformacji określających kolejne położenia odcinka A'B'. Tę powierzchnię opisano w układzie narzędzia:

$$\begin{aligned} p(\varphi_1) &= \begin{bmatrix} \cos(\varphi_1) & -\sin(\varphi_1) & 0 & 0 \\ \sin(\varphi_1) & \cos(\varphi_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -a \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &\cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi_2) & -\sin(\varphi_2) & 0 \\ 0 & \sin(\varphi_2) & \cos(\varphi_2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x'_1 \\ y'_1 \\ z'_1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6) \end{aligned}$$

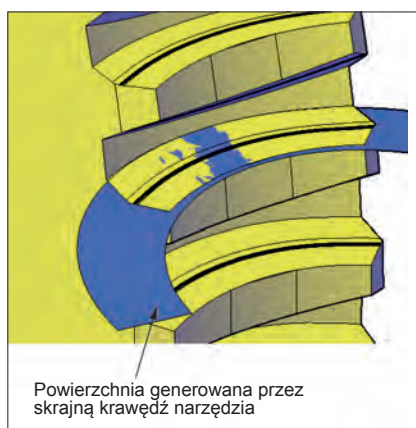
gdzie: φ_1 – kąt obrotu ślimaka (narzędzia), φ_2 – kąt obrotu ślimacznicy (otoczki).



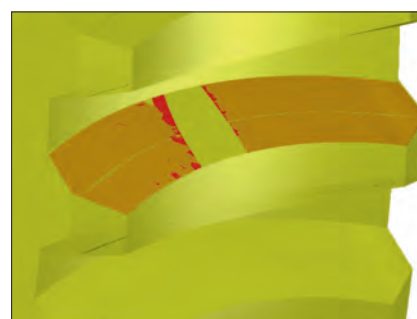
Rys. 3. Rysunek pomocniczy do przedstawienia macierzy transformacji między układami współrzędnych ślimaka i ślimacznicy: x_1, y_1, z_1 – układ nieruchomy (np. ślimaka, powiązany z korpusem); x_2, y_2, z_2 – układ nieruchomy (np. ślimacznicy, powiązany z korpusem) oddalony od układu x_1, y_1, z_1 o wartość a ; x'_1, y'_1, z'_1 – pomocniczy układ (ślimaka); x'_2, y'_2, z'_2 – pomocniczy układ (ślimacznicy); P – dowolny punkt na wklęsłej powierzchni obrotowej w płaszczyźnie y_1, z_1 ; $P(\varphi_1)$ – położenie punktu P po obrocie układu x'_1, y'_1, z'_1 o kąt φ_1 ; a – odległość punktów O_1, O_2 , tj. środków układów x_1, y_1, z_1 i x_2, y_2, z_2 , równoważna odległości osi ślimaka od osi ślimacznicy w przekładni ślimakowej; ε – krotność podziałki kątowej, φ_1 – kąt obrotu ślimaka; φ_2 – kąt obrotu ślimacznicy



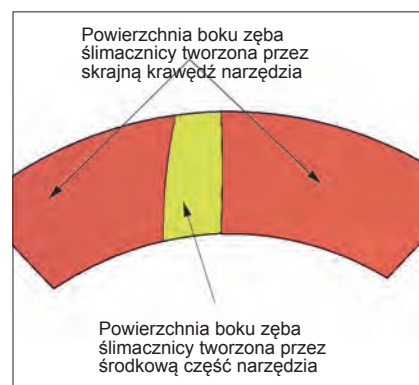
Rys. 4. Powierzchnia generowana przez skrajną krawędź skrawającą narzędzia



Rys. 5. Wpływ skrajnej krawędzi narzędzia na kształtowanie powierzchni bocznej zęba ślimacznicy



Rys. 6. Przycięcie boku zęba wygenerowaną powierzchnią



Rys. 7. Wyszczególnienie powierzchni boku zęba ślimacznicy kształtowanej przez skrajną krawędź narzędzia i jego część środkową

W równaniu (6) należy uwzględnić przełożenie:

$$i = \frac{\varphi_2}{\varphi_1} \left(= \frac{z_1}{z_2} \right) \quad (7)$$

gdzie: z_1 – liczba zębów ślimaka obróbkowego, z_2 – liczba zębów obrabianej ślimacznicy.

Konieczne jest określenie zakresu parametru φ_1 , zależnego od szerokości otoczki ślimacznicy, zmieniającego się od wartości początkowej φ_{1p} do końcowej φ_{1k} , z krokiem $d\varphi_1$, determinującym liczbę profili, w których zostanie określona powierzchnia boku zęba ślimacznicy generowana w czasie obróbki przez skrajną krawędź narzędzia.

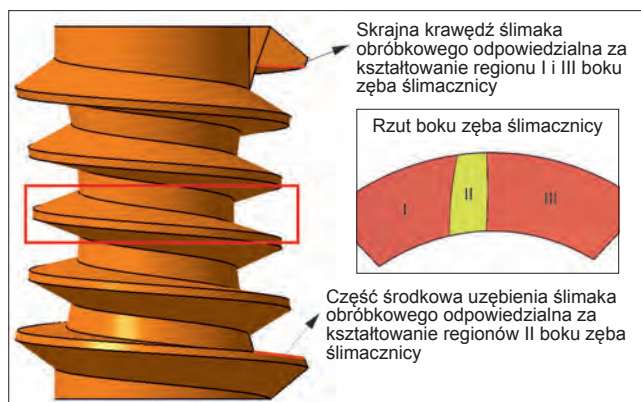
Analogicznie można wyznaczyć: współrzędne punktów C i D, równanie parametryczne odcinka CD oraz (przez odpowiednie przekształcenia) równanie parametryczne odcinka C'D'. Następnie określa się powierzchnię drugiej strony boku zęba ślimacznicy, generowaną w czasie obróbki przez skrajną krawędź narzędzia C'D'.

Algorytm do generowania kolejnych położenia skrajnej krawędzi skrawającej wykonano w programie Matlab R2013a, a wyniki wyeksportowano do środowiska CAD.

Na rys. 4 zestawiono stworzony przez autorów model ślimacznicy [4], a także narzędzie i powierzchnię określoną w kolejnych położeniach skrajnej krawędzi skrawającej. Jak widać, część boku zęba ślimacznicy, wygenerowana z zastosowaniem symulacji obróbki w środowisku CAD [4], jest ścinana przez skrajną krawędź narzędzia.

Na rys. 5 przedstawiono fragment modelu ślimacznicy [4] wraz z powierzchnią, po której skrajna krawędź skrawająca narzędzia przemieszcza się w czasie obróbki, na rys. 6 – analizę przenikania tej powierzchni w bok zęba ślimacznicy, a na rys. 7 – rzut boku zęba ślimacznicy z wyodrębnieniem obszarów kształtowanych przez skrajną krawędź narzędzia. Na rys. 8 wskazano fragmenty ślimaka obróbkowego odpowiedzialne za kształtowanie danych regionów boku zęba ślimacznicy. Dwie zewnętrzne części boku zęba (regiony I i III) są kształtowane w czasie obróbki ślimacznicy przez skrajną krawędź narzędzia, natomiast część środkowa (region II) jest kształtowana przez środkową część frezu ślimakowego. Zarys zębów ślimacznicy w obszarach I i III jest prostoliniowy, a w części środkowej, tj. w obszarze II – wklęsły.

Z przedstawionej analizy wynika, że zasadniczy wpływ na kształtowanie boków zęba ślimacznicy mają skrajne krawędzie narzędzia, tj. krawędzie 1 i 2 (rys. 1).



Rys. 8. Wyszczególnienie części ślimaka obróbkowego z podziałem na kształtowanie określonych regionów boku zęba ślimacznicy

Wnioski

Podczas obróbki obwodniowej zęby ślimacznicy są nacinane przez część środkową narzędzia, wskutek czego powierzchnia boku zęba powstaje jako wynik odtaczania. Duży wpływ na kształtowanie boków zęba ślimacznicy mają skrajne krawędzie skrawające narzędzia (ok. 80÷85% szerokości zęba ślimacznicy). Wyniki niniejszej analizy są zgodne z danymi literaturowymi [1].

Poprawne modelowanie ślimacznicy opiera się na metodzie przedstawionej przez autorów w [4] i uwzględnieniu wpływu krawędzi skrajnej narzędzia.

LITERATURA

1. Litvin F.L., Fuentes A. „Gear Geometry and Applied Theory”. 2-nd edition. Cambridge University Press, 2004.
2. Połowniak P., Sobolak M. „Modelowanie ślimaka globoidalnego w środowisku CAD”. *Mechanik*. Nr 1 (2015): s. 71÷74.
3. Połowniak P., Sobolak M. „Matematyczny model ślimaka globoidalnego na potrzeby generowania modelu CAD”. *Mechanik*. Nr 2 (2015): płyta CD.
4. Połowniak P., Sobolak M. „Modelowanie ślimacznicy przekładni ślimakowej globoidalnej w środowisku CAD”. *Mechanik*. Nr 3 (2015): s. 250÷252.