

# Generowanie globoidalnej linii śrubowej w środowisku CATIA z użyciem reguł

## Generating of globoid helix in CATIA environment using laws

MARIUSZ SOBOLAK  
PATRYCJA EWA JAGIEŁOWICZ  
PIOTR POŁOWNIAK\*

DOI: 10.17814/mechanik.2016.7.227

Przedstawiono sposób modelowania globoidalnej linii śrubowej w systemie CATIA. Takie linie są niezbędne do zamodelowania ślimaka globoidalnego. Wykorzystane oprogramowanie pozwala na tworzenie wykresów funkcji dwuwymiarowych i składanie ich w funkcję trójwymiarową.

**SŁOWA KLUCZOWE:** linia śrubowa globoidalna, ślimak globoidalny

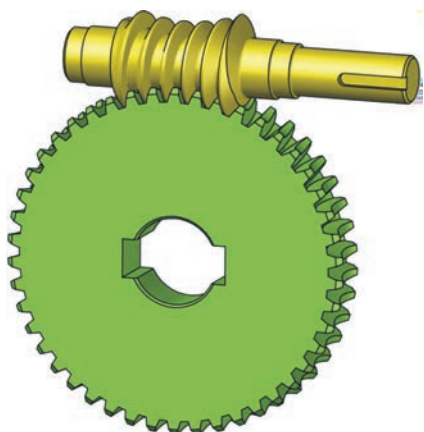
*Presented is a method to model globoid helices by means of CATIA. These helices are indispensable to model globoid worms. The modeling software makes it possible to plot two-dimensional graphs of the functions and to combine them into a three-dimensional function.*

**KEYWORDS:** globoid helix, globoid worm

Globoidalna linia śrubowa w środowisku CAD jest niezbędna do poprawnego zamodelowania geometrii 3D ślimaka z przekładni globoidalnej. Linie można zamodelować jako splajn rozpięty na zbiorze punktów [1÷3], wyznaczanych np. z użyciem programu zewnętrznego (Matlab, Excel, C++) na podstawie znanych zależności matematycznych [1, 2]. Następnie pomiędzy globoidalnymi liniami śrubowymi można utworzyć odpowiednie powierzchnie [4].

Przedstawiono inny sposób modelowania globoidalnej linii śrubowej – z wykorzystaniem reguł (Law) w środowisku CATIA.

Rysunek poglądowy przekładni ślimakowej globoidalnej (ślimak i ślimacznica) znajduje się na rys. 1.



Rys. 1. Rysunek poglądowy przekładni ślimakowej globoidalnej

Przełożenie przekładni ślimakowej wynosi:

$$i = \frac{z_2}{z_1} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \quad (1)$$

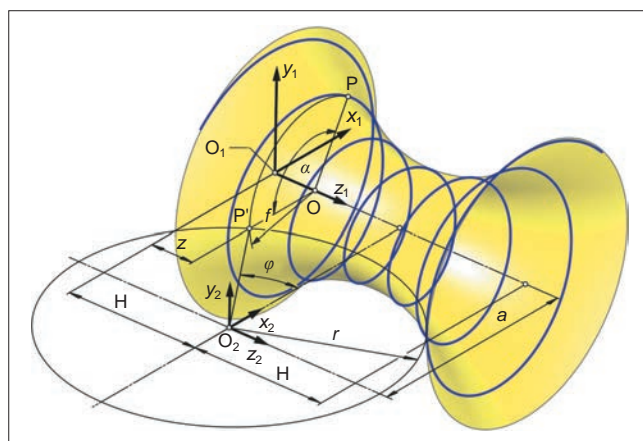
gdzie:  $\varphi_1$  – kąt obrotu ślimaka,  $\varphi_2$  – kąt obrotu ślimacznicy,  $z_1$  – liczba zębów ślimaka,  $z_2$  – liczba zębów ślimacznicy.

\* Dr hab. inż. Mariusz Sobolak prof. PRz (msobolak@prz.edu.pl), dr inż. Patrycja Ewa Jagiełowicz (pejagielowicz@prz.edu.pl), mgr inż. Piotr Połowniak (ppolowniak@prz.edu.pl) – Katedra Konstrukcji Maszyn, Wydział Budowy Maszyn i Lotnictwa Politechniki Rzeszowskiej

Pomocniczo zostanie stworzone równanie parametryczne globoidalnej linii śrubowej w postaci:

$$\begin{aligned} x &= x(z) \\ y &= y(z) \end{aligned} \quad (2)$$

Na rys. 2 pokazano schemat służący do wyznaczania równań parametrycznych.



Rys. 2. Linia śrubowa globoidalna – schemat pomocniczy. Przyjęte układy współrzędnych:  $x_1, y_1, z_1$  – związane z końcem ślimaka (oś  $z_1$  jest osią ślimaka);  $x_2, y_2, z_2$  – związane ze ślimacznicą (płaszczyzna  $x_2, y_2$  leży w płaszczyźnie środkowej ślimaka). Oznaczenia: P – dowolny punkt leżący na rozważanej linii; P' – kład punktu P na płaszczyznę  $x_1, z_1$  względem osi  $z_1$ ; O – rzut punktu P na oś  $z_1$ ; f – promień globoidy w punkcie P;  $\alpha$  – kąt P'OP;  $\varphi$  – kąt pomiędzy odcinkiem P'O<sub>2</sub> a osią  $x_2$ ; z – współrzędna punktu P wzdłuż osi  $z_1$ . Przyjęto wielkości stałe: H – połowa osiowej długości globoidalnej linii śrubowej; a – odległość osi ślimaka i ślimacznicy; r – promień globoidy, na której leży rozpatrywana linia śrubowa

Przyjęto układ współrzędnych  $x_1, y_1, z_1$  związany z końcem ślimaka w taki sposób, że oś  $z_1$  jest osią ślimaka, oraz układ współrzędnych ślimacznicy  $x_2, y_2, z_2$  – taki, że płaszczyzna  $x_2, y_2$  leży w płaszczyźnie środkowej ślimaka. Dowolny punkt leżący na rozważanej linii oznaczono jako P, a jego położenie opisano przez: f – promień globoidy w punkcie P; P' – kład punktu P na płaszczyznę  $x_1, z_1$  względem osi  $z_1$ ; O – rzut punktu P na oś  $z_1$ ;  $\alpha$  – kąt P'OP;  $\varphi$  – kąt między P'O<sub>2</sub> a osią  $x_2$ ; z – współrzędna punktu P wzdłuż osi  $z_1$ .

Kąt  $\varphi$  można wyznaczyć z zależności:

$$\sin(\varphi) = \frac{H - z}{r} \quad (3)$$

gdzie: H – połowa osiowej długości globoidalnej linii śrubowej; r – promień globoidy, na której leży rozpatrywana linia śrubowa.

Stąd otrzymuje się:

$$\varphi(z) = \arcsin\left(\frac{H - z}{r}\right) \quad (4)$$

$$\alpha(\varphi) = \varphi \cdot i \quad (5)$$

$$f(\varphi) = a - r \cdot \cos(\varphi) \quad (6)$$

gdzie  $i$  oznacza przełożenie przekładni.

Równania parametryczne wyznaczone z zależności matematycznych przyjmują postać:

$$x = f \cdot \cos(\alpha)$$

$$x = (a - r \cdot \cos(\varphi)) \cdot \cos(\varphi \cdot i)$$

$$x(z) = \left( a - r \cdot \cos \left( \text{asin} \left( \frac{H - z}{r} \right) \right) \right) \cdot \cos \left( \text{asin} \left( \frac{H - z}{r} \right) \cdot i \right) \quad (7)$$

$$y = f \cdot \sin(\alpha)$$

$$y = (a - r \cdot \cos(\varphi)) \cdot \sin(\varphi \cdot i)$$

$$y(z) = \left( a - r \cdot \cos \left( \text{asin} \left( \frac{H - z}{r} \right) \right) \right) \cdot \sin \left( \text{asin} \left( \frac{H - z}{r} \right) \cdot i \right) \quad (8)$$

W środowisku CATIA zdefiniowano parametry  $a$ ,  $H$  i  $r$  (typu długość – *Length*) oraz parametr  $i$  (typu liczba naturalna – *Integer*). Przypisano im przykładowe wartości. Następnie wprowadzono dwie reguły:

Law.X:

$$X = (a - r \cdot \cos(\text{asin}((H - (Z * 2 * H)) / r))) \cdot \cos(\text{asin}((H - (Z * 2 * H)) / r) * i)$$

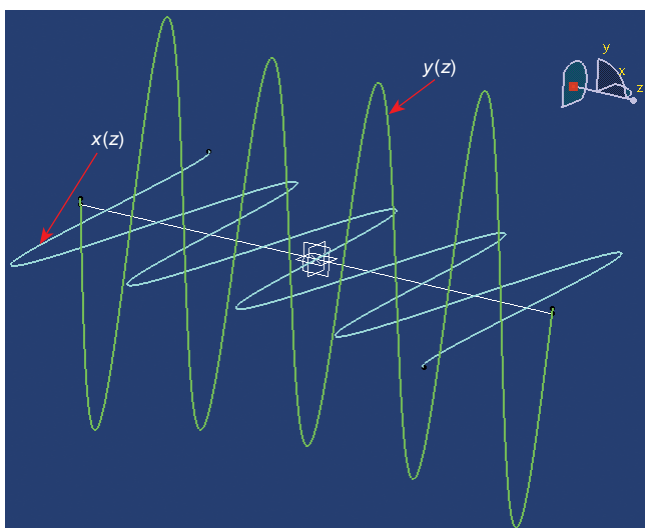
Law.Y:

$$Y = (a - r \cdot \cos(\text{asin}((H - (Z * 2 * H)) / r))) \cdot \sin(\text{asin}((H - (Z * 2 * H)) / r) * i)$$

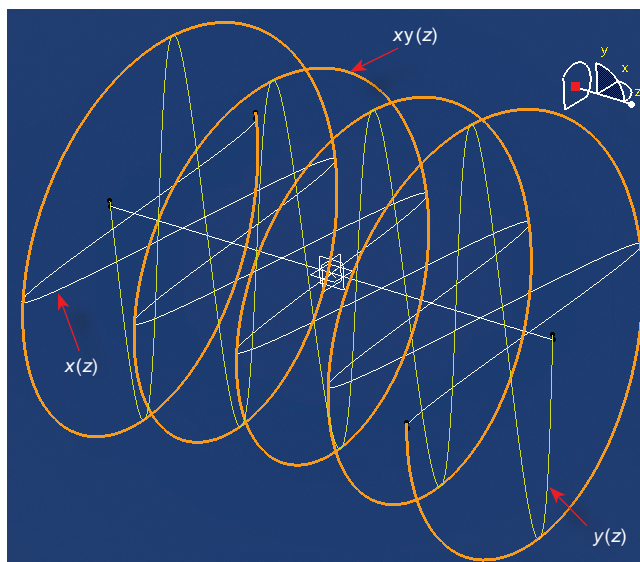
W regułach przyjęto zmienne lokalne:  $X$ ,  $Y$  (typu długość – *Length*) oraz  $Z$  (typu rzeczywistego – *Real*). Parametr  $Z$  w regułach zmienia się w granicach 0...1.

Współrzędna  $z$  (z równań (7) i (8)) została zastąpiona przez wyrażenie  $(Z * 2 * H)$ , co oznacza, że zmienia się ona od wartości 0 do  $2H$  (daje to całą długość osiową rozpatrywanej globoidalnej linii śrubowej).

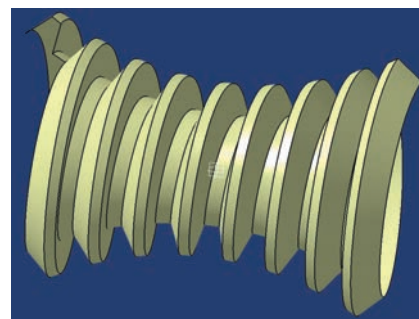
Krzywą trzeciego stopnia w przestrzeni można odwzorować przez wykorzystanie jej rzutów na dwie wzajemnie



Rys. 3. Wykresy równań  $x(z)$  i  $y(z)$



Rys. 4. Linia śrubowa globoidalna  $xy(z)$  po złożeniu wykresów



Rys. 5. Przykładowa powierzchnia zwojów ślimaka globoidalnego

prostopadle płaszczyzny. Na podstawie dwóch równań  $x(z)$  i  $y(z)$  krzywych dwuwymiarowych można utworzyć krzywą  $xy(z)$ . Do tego celu w środowisku CATIA wykorzystuje się polecenie złożenia dwóch krzywych (*Combine*).

Wykresy równań  $x(z)$  i  $y(z)$  można utworzyć poleceniem Krzywa równoległa (*Parallel Curve*), przy czym zamiast stałej wartości odległość wprowadza się za pomocą odpowiedniego prawa: Law.X w płaszczyźnie  $xz$  oraz Law.Y w płaszczyźnie  $yz$  (rys. 3). Po wykonaniu złożenia krzywych  $x(z)$  i  $y(z)$  uzyskuje się żądaną linię (rys. 4).

Na rys. 5 pokazano przykładową powierzchnię zwojów ślimaka globoidalnego utworzoną na czterech śrubowych liniach globoidalnych wygenerowanych omawianą metodą [1, 4].

## Wnioski

Przedstawiona metoda modelowania śrubowej linii globoidalnej jest prostsza w porównaniu z zaprezentowaną w [1÷3]. Ograniczeniem jest tu długość ślimaka – musi być spełniona zależność  $H < r$  (w przeciwnym razie wykresy  $x(z)$  i  $y(z)$  będą błędne).

## LITERATURA

- Połowniak P., Sobolak M. „Modelowanie ślimaka globoidalnego w środowisku CAD”. *Mechanik*. Nr 1 (2015): s. 71÷74.
- Połowniak P., Sobolak M. „Modelowanie powierzchni zębów ślimaka globoidalnego”. *Stal. Metale & Nowe Technologie*. Nr 1–2 (2015): s. 62÷65.
- Połowniak P., Sobolak M. „Matematyczny model ślimaka globoidalnego na potrzeby generowania modelu CAD”. *Mechanik*. Nr 2 (2015): CD, nr 31.
- Połowniak P. „Wybrane aspekty modelowania ślimaka globoidalnego w środowisku CATIA”. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej. Seria Transport*. T. 89 (2015): s. 127÷137.