

*transformata falkowa, chropowość powierzchni, dekompozycja, korelacja, autokorelacja, entropia
wavelet transform, surface roughness, decomposition, correlation, autocorrelation, entropy*

Włodzimierz MAKIEŁA¹
Damian GOGOLEWSKI¹

KRYTERIA DOBORU FALKI BAZOWEJ ODNOSZĄCE SIĘ DO ANALIZY CHROPOWATOŚCI POWIERZCHNI 3D

W literaturze odnoszącej się do analizy falkowej brak jest jednoznacznego określenia która falka bazowa powinna być użyta do analizy powierzchni oraz do którego poziomu dekompozycji ta analiza powinna być prowadzona. W artykule zaproponowano cztery kryteria doboru falki matki pozwalające określić maksymalny poziom dekompozycji oraz określić falkę, która w największym stopniu nadaje się do analizy powierzchni. Są to: test autokorelacji, test unormowanej funkcji interkorelacji, korelacja Pearsona oraz procedura wykorzystująca wskaźnik entropii. Do obliczeń wskaźników każdego z wymienionych kryteriów została wykorzystana powierzchnia próbki frezowanej. Obliczenia zostały przeprowadzone w środowisku MATLAB z wykorzystaniem autorskich programów obliczających wskaźniki odnoszące się do każdego z wymienionych kryteriów doboru. W artykule pokazano wyniki tych obliczeń.

MOTHER WAVELET SELECTION CRITERIA RELATED TO ROUGHNESS 3D SURFACE ANALYSIS

The literature related to wavelet analysis does not explicitly determine, which mother wavelet is most suitable for analysis and until which level of decomposition this analysis should be performed. In the paper are described four criteria that can be used for selection of the mother wavelet. These criteria allow determine maximum level of decomposition and determine mother wavelet which is most suitable for analysis. These criteria are: the statistical test of autocorrelation of the decomposition details, value of the normalized cross-correlation function, Pearson correlation function and minimization of the Shannon entropy. The calculations were performed in authorial computer procedures coded in MATLAB environment. This paper shows the results of calculations for selected milled surface.

1. WSTĘP

Analiza falkowa jest to jedna z najnowocześniejszych metod analizy sygnałów. Znalazła ona swoje zastosowanie w wielu obszarach nauki. Transformata falkowa odgrywa szczególną rolę w analizie sygnałów niestacjonarnych, czyli posiadających nieokresowe nieregularności. Przykładem tego typu sygnału jest obraz chropowości powierzchni [1, 2].

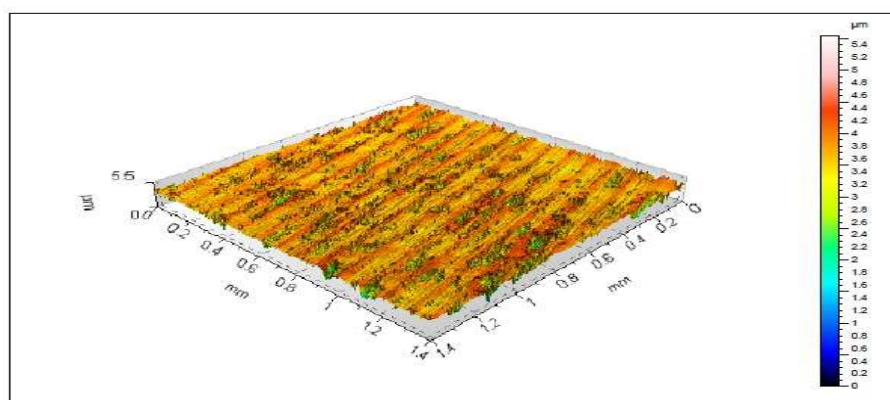
Transformata falkowa posiada szerokie spektrum falki bazowej. Każda grupa falek posiada różne właściwości, a ich różnorodność umożliwia dobranie do danego sygnału określonej falki matki, której charakter w największym stopniu odpowiada charakterowi analizowanego sygnału. Ma to istotne znaczenie zarówno w kompresji jak i odszumianiu sygnału [3, 4, 5].

Do analizy powierzchni można stosować różne falki bazowe, jednak wyniki otrzymywane na kolejnych poziomach dekompozycji dla poszczególnych falek w istotny sposób różnią się od siebie. W literaturze odnoszącej się do analizy falkowej powierzchni brak jest jednoznacznego określenia, która falka matka powinna być użyta w analizie powierzchni wykonanej daną metodą obróbką oraz do którego poziomu dekompozycji taki proces można wykonać.

Istotną kwestią jest zatem wybór falki matki, która będzie użyta w analizie. W literaturze nie zostały jeszcze określone żadne priorytetowe kryterium doboru falki. Decyzje o tym, którą falkę bazową powinna być przeprowadzona analiza podejmuje użytkownik w oparciu o własną wiedzę i praktykę. W artykule zaproponowano cztery kryteria doboru falki: test autokorelacji, test unormowanej funkcji interkorelacji, korelacje Pearsona oraz procedurę wykorzystującą wskaźnik entropii [6]. Obliczenia zostały przeprowadzone w środowisku MATLAB z wykorzystaniem autorskich programów obliczających wskaźniki odnoszące się do każdego z wymienionych kryteriów doboru. Zbadany został wybrany obraz chropowości powierzchni próbki frezowanej czołowo ze stali C45 przy zadanych parametrach obróbki: prędkość skrawania $v_c = 300$ m/min, prędkość obrotowa narzędzia $n = 1911$ obr/min, głębokość skrawania $a_p = 0,2$ mm, posuw na ostrze $f_z = 0,02$ mm/ostrze, posuw na obrót $f_n = 0,1$ mm/obr, posuw minutowy $f_t = 191$ mm/min.

¹ Politechnika Świętokrzyska, Katedra Technologii Mechanicznej i Metrologii wmakiela@tu.kielce.pl, dgogolewski@tu.kielce.pl

Na rysunku 1 przedstawiono obraz izometryczny powierzchni badanej próbki



Rys. 1. Obraz izometryczny powierzchni

2. TEST STATYSTYCZNY AUTOKORELACJI

Test pozwala ocenić, czy w sygnałach detali powstałych na pierwszym poziomie dekompozycji znajduje się istotna informacja o analizowanym sygnale. Test opiera się na założeniu, iż dla dobrze dobranej falki matki powstałe sygnały detali: poziome, pionowe i ukośne są sygnałami opisanymi ciągiem niezależnych zmiennych, czyli są białym szumem [6].

Istnieje wiele testów służących do badania przestrzennej autokorelacji. Wykorzystuje się do tego zarówno statystyki lokalne jak i globalne. Najczęściej stosowane są statystyki I Morana oraz C Geary'ego, które mogą być stosowane do analizy danych przestrzennych o rozkładzie normalnym jak i randomizowanym [7,8]. Brak przestrzennej autokorelacji oznacza przestrzenną losowość, czyli dane wartości nie zależy od wartości sąsiedniej. Dodatnia autokorelacja oznacza, iż wartości w punkcie zależą od sąsiednich wartości bardziej niż wskazywałoby to rozmieszczenie ich w sposób losowy, natomiast ujemna autokorelacja określa, iż dane wartości są bardziej różne od wartości obserwowanych w punktach sąsiednich, niż wynikałoby to z rozmieszczenia ich w sposób losowy.

W wyniku pomiaru powierzchni został otrzymany zbiór punktów pomiarowych rozmieszczonych na powierzchni w postaci regularnej siatki. Odległość między punktem i oraz j oblicza się według wzoru (1)

$$d_{ij} = \left[(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

gdzie:

x_i, y_i – współrzędne punktu i ,
 x_j, y_j – współrzędne punktu j .

Uwzględniając fakt, iż intensywność interakcji między danymi punktami zależy od ich odległości i maleje wraz ze wzrostem tej odległości celowe było utworzenie macierzy wag obliczonej na podstawie miar odległości.

$$w_{ij} = d_{ij}^{-k} \quad (2)$$

gdzie k – stała ($k \geq 1$), przy założeniu, że dla $d_{ij} = 0$ wartość $w_{ij} = 0$.

Statystyka Morana I ma postać:

$$I = \frac{n}{S_o} \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})(\varepsilon_j - \bar{\varepsilon})}{\sum_{i=1}^n (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2} \quad (3)$$

gdzie:

n – liczba punktów pomiarowych,
 $\varepsilon_i, \varepsilon_j$ – wartości zmiennej punktu i, j ,
 $\bar{\varepsilon}$ – średnia arytmetyczna wartości zmiennej.

$$S_0 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} \quad (4)$$

Statystykę I Morana interpretuje się jako współczynnik korelacji pomimo, że jej wartość nie jest ograniczona przedziałem $[-1,1]$ [9].

Autorzy przyjęli hipotezę zerową H_0 : wartości zmiennej nie są przestrzenie skorelowane (występuje przestrzenna losowość), i sprawdzili ją w stosunku do alternatywnej H_1 : wartości zmiennej są przestrzenie skorelowane, korzystając z statystyki testowej Z :

$$Z = \frac{I - E(I)}{\sqrt{\text{var}(I)}} \quad (5)$$

Wartość oczekiwana oraz wariancja opisane są wzorami (6) oraz (7):

$$E(I) = \frac{-1}{n-1} \quad (6)$$

$$\text{var}(I) = E(I^2) - E(I)^2 = \frac{(n^2 S_1 - n S_2 + 3_0^2)}{(n-1)(n+1)S_0^2} - \frac{-1}{(n-1)^2} \quad (7)$$

gdzie:

$$S_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (w_{ij} + w_{ji})^2 \quad (8)$$

$$S_2 = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^n w_{ij} + \sum_{j=1}^n w_{ji} \right)^2 \quad (9)$$

Obliczona statystyka Z na założonym poziomie istotności jest porównywana z graniczną wartością Z_α . Jeśli $Z < Z_\alpha$ brak jest podstaw do odrzucenia H_0 , natomiast w przeciwnym wypadku przyjmujemy hipotezę alternatywną mówiącą o tym, iż wartości punktów nie są rozmieszczone w sposób losowy [10].

Kolejną statystyką używaną do badania autokorelacji przestrzennej jest globalna statystyka C Geary'ego. Statystyka ta opisana jest wzorem (10):

$$C = \frac{n-1}{2 \sum_i \sum_j w_{ij}} \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} (\varepsilon_i - \varepsilon_j)^2}{\sum_{i=1}^n (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2} \quad (10)$$

Wartość współczynnika przestrzennej autokorelacji C sprawdza się w analogiczny sposób, jak w przypadku omówionej wcześniej globalnej statystyki I Morana. W odróżnieniu jednak do niej, gdzie wartości autokorelacji przestrzennej nie zawierały się w określonych granicach, wartości statystyki C Geary'ego zawierają się w przedziale $[0,2]$:

- w przypadku braku autokorelacji przestrzennej $C \approx 1$; $Z_c \approx 0$;
- w przypadku autokorelacji dodatniej $0 < C < 1$; $Z_c < 0$;
- w przypadku autokorelacji ujemnej $1 < C < 2$; $Z_c > 0$.

$$Z_c = \frac{C - E(C)}{\sqrt{\text{var}(C)}} \quad (11)$$

gdzie wartość pierwszego momentu $E(C) = 1$ natomiast wartość drugiego momentu określona jest wzorem (12):

$$\text{var}(C) = \frac{(n-1)(2S_1 + S_2) - 4S_0^2}{2(n+1)S_0^2} \quad (12)$$

3. UNORMOWANA FUNKCJA INTERKORELACJI ORAZ KOLERACJA PEARSONA

Koncepcja opiera się na wyznaczeniu współczynnika zgodności pomiędzy dwoma sygnałami: sygnałem wejściowym oraz sygnałem aproksymowanym. Współczynnik korelacji będzie przyjmował tym większą wartość im lepiej dobrana będzie falka bazowa [6].

Współczynnik unormowanej funkcji interkorelacji opisuje się wzorem (13) [11,12]:

$$r(\tau) = \frac{2 \sum_{i=1}^{N-\tau} R^w(x_i + \tau, y_i) R^a(x_i + \tau, y_i)}{\sum_{i=1}^N (R^w(x_i, y_i))^2 + \sum_{i=1}^N (R^a(x_i, y_i))^2} \quad (13)$$

gdzie:

- R^w – współczynniki sygnału wejściowego,
- R^a – współczynniki sygnału aproksymowanego,
- T – wskaźnik przesunięcia wykresu.

Wartość współczynnika $r(\tau)$ zawiera się w przedziale $\langle -1; 1 \rangle$ oraz osiąga wartość $r(\tau)=1$, gdy oba sygnały są identyczne [13,14].

Współczynnik zgodności obu sygnałów definiuje się za pomocą wzoru (14) [15].

$$\rho = r(\tau)_{\max} \quad (14)$$

Analogiczny współczynnik zgodności został obliczony stosując korelację Pearsona. Współczynnik przyjmuje wartości z przedziału $\langle -1; 1 \rangle$. Im otrzymana wartość jest większa tym oba sygnały są do siebie bardziej podobne. Zależność między dwoma sygnałami opisana jest wzorem (15):

$$r_{wa} = \frac{\sum_{i=1}^N (w_i - \bar{w})(a_i - \bar{a})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (w_i - \bar{w})^2 \sum_{i=1}^N (a_i - \bar{a})^2}} \quad (15)$$

gdzie:

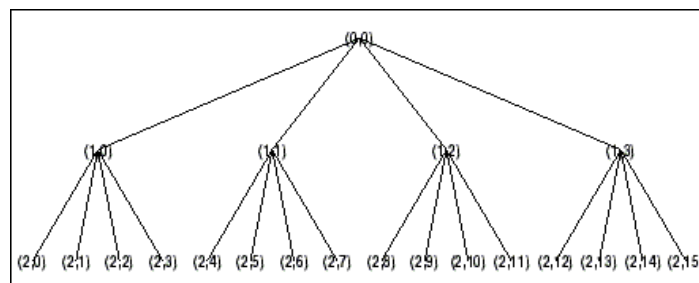
- w – ciąg współczynników sygnału wejściowego,
- a – ciąg współczynników sygnału aproksymowanego,
- N – liczność próby.

Do oceny współczynnika zgodności można stosować następującą interpretację:

- $r = -1$ – zależność liniowa ujemna,
- $|r| \leq 0,3$ – korelacja słaba,
- $0,3 \leq |r| \leq 0,6$ – korelacja umiarkowana,
- $|r| > 0,6$ – związek silny,
- $r = 1$ – zależność liniowa dodatnia.

4. PROCEDURA WYKORZYSTUJĄCA WSKAŹNIK ENTROPII

Powyższa procedura pozwala określić optymalne drzewo dekompozycji w przypadku analizowania sygnału za pomocą pakietów falkowych. Analizując sygnał za pomocą pakietów falkowych dekompozycji podlegają nie tylko sygnały aproksymowane, ale również dekomponuje się sygnały detali poziomych, pionowych oraz ukośnych. Schemat dekompozycji za pomocą pakietów falkowych przedstawiono na rysunku 2.



Rys. 2. Drzewo dekompozycji

Program wyznacza dla każdego węzła współczynnik entropii. Dekompozycja jest prowadzona do momentu, gdy suma entropii węzłów zdekomponowanych jest wyższa niż węzła wejściowego [6,16].

Współczynnik entropii Shannona dla sygnału dwuwymiarowego oblicza się w oparciu o wzór (16) przy czym $\ln(0)=0$ [17,18].

$$E = -\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n z_{ij}^2 \ln(z_{ij}^2) \quad (16)$$

gdzie: z_{ij} – wartość współczynnika w punkcie (i,j) .

5. WYNIKI BADAŃ

Przeprowadzone badania autokorelacji przestrzennej współczynników opisujących detale powstałe na pierwszym poziomie dekompozycji zostały przeprowadzone zgodnie z opisaną procedurą przyjmując do zdefiniowania wzoru (2) wartość stałą $k = 3$. Następnie została zweryfikowana hipoteza zerowa o braku autokorelacji wartości zmiennych na poziomie istotności $\alpha = 0,05$. Wartość krytyczna została ustalona na poziomie $Z_{\alpha} = 1,645$.

Obliczenia zostały przeprowadzone z użyciem dziesięciu wybranych falek bazowych: *db1*, *db2*, *db5*, *db8*, *db12*, *coif1*, *coif3*, *sym2*, *sym4*, *bior2.4* dla współczynników detali poziomych, pionowych oraz ukośnych. Wyniki obliczeń statystyki *I* Morana oraz wartości statystyki *Z* zostały przedstawione w tabeli 1.

Tab. 1. Wartość statystyki *I* Morana oraz statystyki *Z*

	Statystyka <i>I</i> Morana			Statystyka <i>Z</i>		
	cH	cV	cD	cH	cV	cD
db1	0,08	0,02	0,00	11,01	8,46	-0,41
db2	0,00	0,00	0,00	0,59	-1,03	-0,24
db5	0,00	-0,01	0,00	0,79	-2,60	-0,72
db8	0,00	-0,01	0,00	0,26	-4,11	-0,12
db12	0,00	-0,01	0,00	0,66	-2,20	-0,78
coif1	0,00	-0,01	0,00	0,68	-2,12	-0,74
coif3	0,00	-0,01	0,00	1,01	-4,34	-0,43
sym2	0,00	0,00	0,00	0,59	-1,03	-0,24
sym4	0,00	-0,01	0,00	0,65	-3,07	-0,49
bior2.4	0,00	0,00	0,00	0,40	-1,35	-0,41

Przeprowadzone obliczenia wykazały, iż dla trzech spośród wybranych falek bazowych dla detali zarówno poziomych, pionowych oraz ukośnych nie zachodzi korelacja współczynników. Bezwzględna wartość statystyki *Z* jest mniejsza od wartości krytycznej. Zatem, hipoteza zerowa mówiąca iż współczynniki są białym szumem jest spełniona dla falek: *db2*, *sym2*, *bior2.4*. Zgodnie z testem *I* Morana te falki powinny być stosowane do analizy wybranej powierzchni. Dla pozostałych falek wyniki wykazują, iż istnieje związek między współczynnikami. Dla falki *db1* dla detali poziomych (*cH*) oraz pionowych (*cV*) jest to korelacji dodatnia, wartości współczynników zależą od wartości współczynników w punktach sąsiednich. Natomiast dla pozostałych sześciu falek współczynniki detali pionowych są liczbą ujemną, mniejsza od wartości krytycznej co może wskazywać na istnienie korelacji ujemnej, wartości w sąsiednich punktach są bardziej różne niż wynikałoby to z ich rozłożenia losowego.

Analogiczne obliczenia zostały przeprowadzone dla statystyki *C* Gear'ego oraz statystyki *Zc*. Wyniki obliczeń dla tych samych falek bazowych zostały zamieszczone w tabeli 2.

Tab. 2. Wartość statystyki C Gear'ego oraz statystyki Zc

	Statystyka C Gear'ego			Statystyka Zc		
	cH	cV	cD	cH	cV	cD
db1	0,92	0,97	0,99	-10,03	-7,53	-1,82
db2	0,99	0,99	0,99	-2,37	-2,29	-1,68
db5	0,98	1,01	1,01	-6,30	3,11	1,60
db8	0,98	1,01	0,98	-4,62	3,45	-4,22
db12	0,96	1,00	0,99	-11,68	0,39	-3,03
coif1	0,98	1,00	1,00	-4,49	0,63	1,01
coif3	0,99	1,00	0,99	-1,64	1,32	-1,91
sym2	0,99	0,99	0,99	-2,37	-2,29	-1,68
sym4	0,98	1,00	1,00	-4,16	-0,94	-0,80
bior2.4	0,98	0,99	1,00	-4,92	-2,15	-1,23

Otrzymane wyniki obliczeń statystyki Zc nie pozwalają na jednoznaczne stwierdzenie która falka bazowa powinna być stosowana w analizie wybranej powierzchni. Wartości statystyki Zc dla detali zarówno poziomych, pionowych jak również ukośnych wskazują na istnienie autokorelacji ujemnej lub dodatniej.

Jednakże opierając się na dostępnej literaturze należy stwierdzić, iż w analizie powierzchni częściej wykorzystywana jest statystyka I Morana [19]. Zatem wyniki otrzymane tą metodą autorzy przyjęli jako wiążące i na ich podstawie wyciągnęli wnioski odnośnie doboru falki bazowej [20].

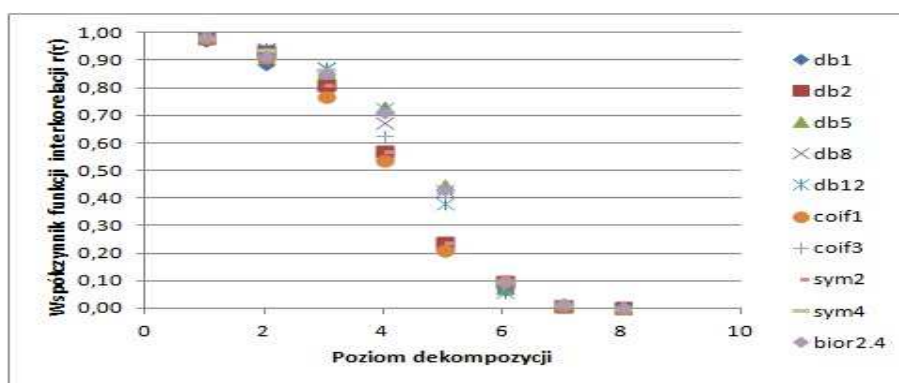
Przeprowadzone obliczenia funkcji korelacji wzajemnej oraz korelacji Pearsona miały na celu określenie stopnia podobieństwa sygnału wejściowego z sygnałem aproksymowanym na każdym poziomie dekompozycji. Na podstawie otrzymanych wartości autorzy podjęli próbę oceny maksymalnego poziomu dekompozycji, w którym sygnał wejściowy nie różni się w sposób istotny od sygnału aproksymowanego.

Wyniki obliczeń wartości współczynników funkcji unormowanej korelacji wzajemnej w zależności od użytej w procesie dekompozycji falki bazowej oraz poziomu dekompozycji przedstawiono w tabeli 3. W celu graficznej prezentacji zmian tych wartości sporządzono rysunek 3.

Tab. 3. Wartości współczynników funkcji unormowanej korelacji wzajemnej

	1	2	3	4	5	6	7	8
db1	0,97	0,89	0,80	0,54	0,21	0,07	0,01	0,00
db2	0,98	0,94	0,81	0,57	0,24	0,10	0,01	0,00
db5	0,98	0,92	0,86	0,73	0,45	0,08	0,01	0,00
db8	0,99	0,95	0,87	0,68	0,43	0,08	0,01	0,00
db12	0,99	0,95	0,87	0,73	0,38	0,06	0,01	0,00
coif1	0,98	0,91	0,77	0,54	0,21	0,10	0,01	0,00
coif3	0,99	0,92	0,86	0,63	0,42	0,09	0,01	0,00
sym2	0,98	0,94	0,81	0,57	0,24	0,10	0,01	0,00
sym4	0,98	0,94	0,87	0,72	0,44	0,10	0,02	0,00
bior2.4	0,98	0,91	0,85	0,71	0,43	0,10	0,01	0,00

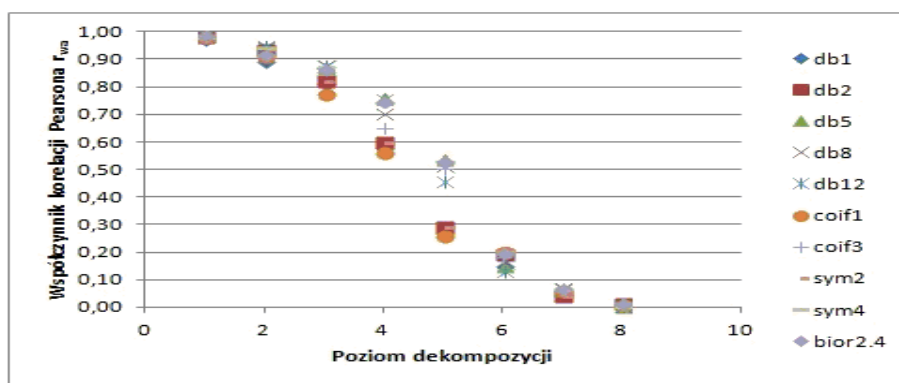
Wyniki obliczeń wartości współczynników funkcji korelacji Pearsona w funkcji rodzaju falki bazowej oraz poziomu dekompozycji przedstawiono w tabeli 4. W celu graficznej prezentacji zmian tych wartości sporządzono rysunek 4.



Rys. 3. Wartości współczynników funkcji unormowanej korelacji wzajemnej

Tab. 4. Wartości współczynników funkcji korelacji Pearsona

	1	2	3	4	5	6	7	8
db1	0,97	0,89	0,81	0,58	0,27	0,15	0,04	0,00
db2	0,98	0,94	0,82	0,60	0,29	0,19	0,04	0,01
db5	0,99	0,92	0,87	0,76	0,54	0,15	0,06	0,00
db8	0,99	0,95	0,88	0,70	0,52	0,17	0,07	0,01
db12	0,99	0,95	0,88	0,76	0,46	0,13	0,07	0,00
coif1	0,98	0,91	0,78	0,56	0,26	0,20	0,06	0,01
coif3	0,99	0,92	0,87	0,65	0,50	0,18	0,07	0,01
sym2	0,98	0,94	0,82	0,60	0,29	0,19	0,04	0,01
sym4	0,98	0,95	0,88	0,75	0,53	0,21	0,07	0,00
bior2.4	0,98	0,92	0,86	0,74	0,53	0,20	0,06	0,01



Rys. 4. Wartości współczynników funkcji korelacji Pearsona

Zarówno dla współczynnika funkcji korelacji wzajemnej jak i współczynnika korelacji Pearsona, na każdym kolejnym poziomie dekompozycji następuje coraz mniejsze skorelowanie współczynników opisujących sygnał. Maksymalny poziom, na którym występuje silny związek korelacyjny zmienia się w zależności od falki użytej w procesie analizy. Współczynniki w funkcji interkorelacji dla falek bazowych *db1*, *db2*, *coif1*, *sym2* osiąga silną korelację maksymalnie do poziomu 3 dekompozycji, natomiast dla falek bazowych *db5*, *db8*, *db12*, *coif3*, *sym4*, *bior2.4* do poziomu 4. Natomiast dla korelacji Pearsona maksymalny poziom dekompozycji, w którym współczynniki zachowują silny związek korelacyjny, dla każdej z falek bazowych użytych w analizie został określony na tym samym poziomie jak przy użyciu funkcji interkorelacji.

Przeprowadzone obliczenia współczynnika entropii miały na celu określenie falki bazowej, która w największym stopniu nadaje się do analizowania wybranej powierzchni oraz określenie maksymalnego poziomu dekompozycji, do którego ta analiza może być prowadzona.

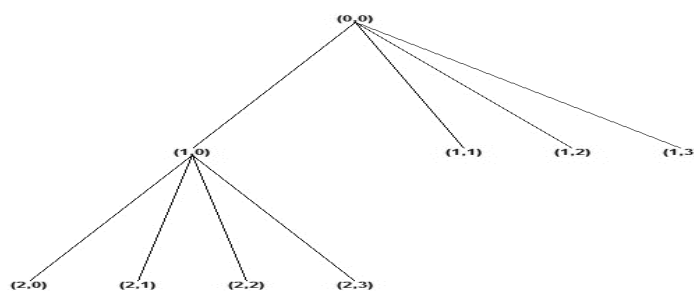
Badana powierzchnia została poddana analizie na sześciu poziomach dekompozycji. W tabeli 5 przedstawiono wyliczony maksymalny poziom dekompozycji wyznaczony w oparciu o współczynnik entropii.

Tab. 5. Wynik obliczeń poziomu dekompozycji

falka bazowa	maksymalny poziom dekompozycji	falka bazowa	maksymalny poziom dekompozycji
db1	4	coif1	3
db2	3	coif3	2
db5	3	sym2	3
db8	2	sym4	3
db12	1	bior2.4	0

Po wykonaniu obliczeń maksymalnego poziomu dekompozycji w oparciu o współczynnik entropii Shannona należy stwierdzić, iż dla falki bazowej *bior2.4* już na pierwszym poziomie dekompozycji suma entropii węzłów zdekomponowanych jest wyższa niż węzła wejściowego, zatem dla tej konkretnej powierzchni falka ta nie nadaje się do analizy. Dla falki matki *db12* maksymalny poziom został określony na pierwszym poziomie dekompozycji, natomiast dla falek *coif3* oraz *db8* na poziomie drugim. Analiza powierzchni z użyciem falek *db2*, *db5*, *coif1*, *sym2*, *sym4* powinna być prowadzona do trzeciego poziomu dekompozycji. Najwyższy poziom dekompozycji osiągnięto dla falki *db1*. Analiza z użyciem tej falki matki może być prowadzona do czwartego poziomu.

Poszukiwanie najlepszej do analizy falki bazowej w oparciu o współczynnik entropii, polega na znalezieniu takiej falki matki, dla której optymalnym drzewem powstałym po przeprowadzeniu procesu dekompozycji za pomocą pakietów falkowych jest drzewo przedstawione na rysunku 5.



Rys. 5. Optymalne drzewo dekompozycji

Wyniki poszukiwania optymalnego drzewa dekompozycji przedstawiono w tabeli 6. Gdy takie drzewo zostało odnalezione dla danej falki bazowej w tabeli został zamieszczony znak „+”. Natomiast gdy powstałe drzewo dekompozycji różni się od drzewa optymalnego pokazanego na rysunku 5 uznaje się że falka matka nie nadaje się do analizy wybranej powierzchni i w tabeli został zamieszczony znak „-”.

Tab. 6. Wynik obliczeń optymalnego drzewa dekompozycji

falka bazowa	drzewo optymalne	falka bazowa	drzewo optymalne
db1	-	coif1	+
db2	+	coif3	+
db5	+	sym2	+
db8	+	sym4	+
db12	+	bior2.4	-

Zgodnie z tabelą 6 optymalne drzewo dekompozycji zostało odnalezione dla ośmiu falek bazowych: *db2*, *db5*, *db8*, *db12*, *coif1*, *coif3*, *sym2*, *sym4*. Na każdym poziomie dekompozycji powstałe współczynniki detali nie zawierają istotnej informacji o sygnale i zatem mogą zostać usunięte z sygnału wejściowego, a sygnał aproksymowany powstały po analizie będzie zawierał wszystkie istotne cechy sygnału wejściowego.

6. WNIOSKI

W artykule przedstawiono wyniki badań dekompozycji i aproksymacji falkowej zarysów chropowości 3D powierzchni frezowanej czołowo dla różnych postaci falki bazowej. Ocena jakości doboru falki bazowej przeprowadzono o wybrane cztery kryteria. Badania miały na celu przetestowanie zaproponowanych metod obliczeniowych w aspekcie przydatności transformaty falkowej do diagnostyki powierzchni frezowanych. Ponieważ wyniki obliczeń dotyczą pojedynczej próbki wnioski wysunięte na podstawie przedstawionych obliczeń należy potwierdzić na znacznie szerszym spektrum badawczym powierzchni frezowanych przy różnych parametrach obróbki.

Wykonane obliczeniu potwierdziły fakt, iż istotną kwestią jest dobór falki bazowej, którą będzie analizowany sygnał. Otrzymywane wyniki na kolejnych poziomach dekompozycji różniły się między sobą w zależności od użytej w analizie falki matki. Obliczenia zostały przeprowadzone za pomocą autorskich programów komputerowych, działających w środowisku MATLAB, które obliczają dla wybranych kryteriów doboru odnoszące się do nich wskaźniki. Wyniki obliczeń zestawiono w tabeli 7, gdzie znakiem „+” oznaczono falkę bazową spełniającą podane kryterium.

Tab. 7. Wynik obliczeń doboru falki bazowej dla testowanych kryteriów

Rodzaj falki bazowej	Test autokorelacji	Korelacja Pearsona	Funkcja korelacji wzajemnej	Entropia Shannona	
	Statystyka <i>I</i> Morana	Poziom dekompozycji	Poziom dekompozycji	Poziom dekompozycji	Optymalne drzewo dekompozycji
db1	–	3	3	4	–
db2	+	3	3	3	+
db5	–	4	4	3	+
db8	–	4	4	2	+
db12	–	4	4	1	+
coif1	–	3	3	3	+
coif3	–	4	4	2	+
sym2	+	3	3	3	+
sym4	–	4	4	3	+
bior2.4	+	4	4	0	–

Wykonane badania autokorelacji z użyciem statystyki *I* Morana na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ wykazały, iż spośród wybranych dziesięciu falek bazowych do analizy wybranej powierzchni powinny być użyte falki: *db2*, *sym2*, *bior2.4*. Dla tych falek bazowych na pierwszym poziomie dekompozycji powstałe detale poziome, pionowe oraz ukośne nie zawierają istotnej informacji o sygnale.

Do określenia maksymalnego poziomu dekompozycji zostały wykorzystane procedury funkcji unormowanej korelacji wzajemnej oraz korelacji Pearsona. Zgodnie z otrzymanymi wynikami maksymalny poziom, do którego można analizować sygnał bez istotnej utraty charakteru powierzchni zmierzonej zmienia się w zależności od użytej w analizie falki bazowej. Dla obu funkcji korelacji określono maksymalny poziom dekompozycji na poziomie trzecim lub czwartym. Do tego poziomu występuje silny związek między współczynnikami sygnału wejściowego, a współczynnikami sygnału aproksymowanego.

Najbardziej miarodajnym kryterium doboru wydaje się być kryterium oparte na wyznaczeniu współczynnika entropii. Prowadząc obliczenia z wykorzystaniem tego kryterium można obliczyć zarówno maksymalny poziom dekompozycji, jak i określić falkę bazową, która w największym stopniu nadaje się do analizy powierzchni. Otrzymane wyniki dla wybranej powierzchni frezowanej wskazują, iż dla tej konkretnej powierzchni w analizie z powodzeniem mogą być użyte falki *db2*, *db5*, *coif1*, *sym2* lub *sym4*, gdyż dla tych pięciu falek został osiągnięty największy poziom dekompozycji oraz zostało znalezione optymalne drzewo dekompozycji, co świadczy

o tym, iż w detalach powstałych na każdym poziomie nie znajduje się informacja opisująca istotne cechy powierzchni badanej.

Po analizie wybranych kryteriów doboru falki bazowej można stwierdzić, iż najlepsze wyniki uwzględniają wszystkie cztery testy zostały osiągnięte dla falek $db2$ oraz $sym2$.

Dalsze badania będą kontynuowane na próbkę o liczności $n=100$, co pozwala uwzględnić losowy charakter współczynników opisujących badaną powierzchnie.

7. BIBLIOGRAFIA

- [1] Adamczak S.: *Pomiary geometryczne powierzchni*. Warszawa: WNT; 2008.
- [2] Adamczak S., Miko E., Cus F.: *A model of surface roughness constitution in the metal cutting process applying tools with defined stereometry*. Journal of Mechanical Engineering. 2009;55, s.45-54.
- [3] Adamczak S., Makieła W.: *Analyzing variations in roundness profile parameters during the wavelet decomposition process using Matlab environment*. Metrology and Measurement System. 2011;XVIII(1), s.25-34.
- [4] Białasiewicz J.T.: *Falki i aproksymacje*. Wydanie drugie, Warszawa: WNT; 2004.
- [5] Zawada-Tomkiewicz A., Tomkiewicz D.: *Surface image enhancement and discrimination with the application of wavelet decomposition*. Pomiary Automatyka Kontrola. 2013;59(11), s.1174-1178.
- [6] Makieła W., Stępień K.: *Ocena wpływu metodyki doboru falki bazowej na analizę falkową zarysów nierówności powierzchni*. Pomiary Automatyka Kontrola. 2010, s. 32-34
- [7] Kopczevska K.: *Ekonometria i statystyka przestrzenna*. Warszawa: CeDeWu; 2006.
- [8] Suchecki B.: *Ekonometria przestrzenna*. Warszawa: C.H. Beck; 2010.
- [9] Poniatowska M.: *Research on spatial interrelations of geometric deviations determined in coordinate measurement of free-form surfaces*. Metrology and Measurement System. 2009;XVI(3), s.501-510.
- [10] Poniatowska M., Werner A.: *Fitting spatial models of geometric deviations of free-form surfaces determined in coordinate measurements*. Metrology and Measurement System. 2010;XVII(4), s.599-610.
- [11] Adamczak S., Janecki D., Makieła W., Stępień K.: *Quantitative comparison of cylindricity profiles measured with different methods using Legendre-Fourier coefficients*. Metrology and Measurement System. 2010;XVII(3), s.397-404.
- [12] Adamczak S., Janecki D., Stępień K.: *Cylindricity measurement by the V-block method - Theoretical and practical problems*. Measurement. 2011;44, s.164-173.
- [13] Adamczak S., Janecki D.: *Metoda porównywania zarysów okrągłości za pomocą funkcji korelacji wzajemnej*. Metrologia i Systemy Pomiarowe. 1998;5(3), s.143-151.
- [14] Adamczak S., Janusiewicz A., Makieła W., Stępień K.: *Statistical validation of the method for measuring radius variations of components on the machine tool*. Metrology and Measurement System. 2011; XVIII(1), s.35-46.
- [15] Janecki D., Adamczak S., Stępień K.: *An analysis of the applicability of the cross-correlation function to the comparison of cylindricity profiles*. Pomiary Automatyka Kontrola. 2008, s.237-243.
- [16] Zawada-Tomkiewicz A.: *Dekompozycja falkowa profilu powierzchni obrabianej po toczeniu*. Pomiary Automatyka Kontrola. 2009, s.243-246.
- [17] Inglot T.: *Teoria informacji w statystyce matematycznej*. In: XXXVIII Konferencja Statystyka Matematyczna; 2012; Wisła
- [18] Misiti M., Misiti Y., Oppenheim G., Poggi J.M.: *Wavelet Toolbox 4 - User's Guide*. The MathWorks, Inc; 2007.
- [19] Poniatowska M.: *Model przestrzenny odchyłek geometrycznych przestrzeni swobodnych wyznaczonych w pomiarach współrzędnościowych*. Przegląd Mechaniczny. 2011;10, s.21-27.
- [20] Adamczak S., Bochnia J., Kaczmarek B.: *Estimating the uncertainty of tensile strength measurement for photocured material produced by additive manufacturing*. Metrology and Measurement System. 2014; XXI(3), s.553-560.