

Modelowanie powierzchni dna wrębu kół zębatach stożkowych o kołowej linii zęba, nacinanych metodami obwiedniowymi

Modeling the bottom land surface of the spiral bevel gears machined by generation methods

JADWIGA PISULA
BARTŁOMIEJ SOBOLEWSKI*

DOI: 10.17814/mechanik.2016.3.30

Artykuł z XIII Forum Inżynierskiego ProCAx 2015

Przedstawiono sposoby modelowania powierzchni dna wrębu kół stożkowych o kołowej linii zęba. Powierzchnie dna wrębów wykonane różnymi sposobami porównano z powierzchnią dna wrębu (odniesienia) otrzymaną za pomocą matematycznego modelu obróbki. Dokonano oceny modeli pod kątem dokładności odwzorowania dna wrębu.

SŁOWA KLUCZOWE: koła stożkowe o kołowej linii zęba, matematyczny model nacinania uzębienia, dno wrębu zęba

The article presents methods of modeling the bottom land surfaces in the circular tooth line bevel gears. The obtained surfaces of the bottom land which were produced by various methods, were compared with the bottom land surface (the reference surface) obtained by means of a mathematical manufacturing model. The models were evaluated for accuracy of mapping of the bottom land.

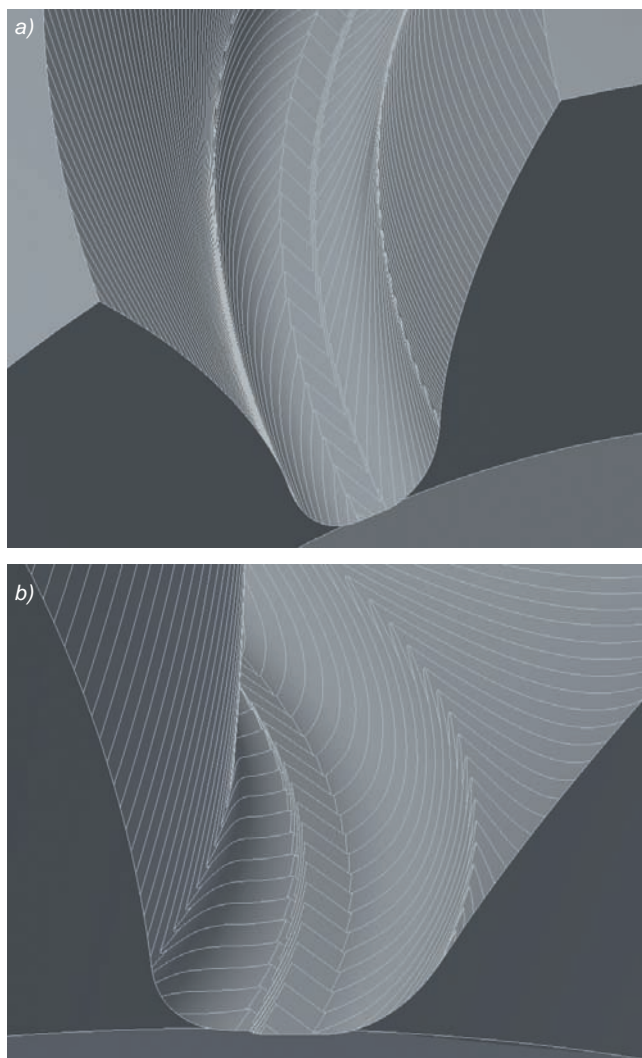
KEYWORDS: spiral bevel gear, mathematical model of tooth cutting, bottom land

Właściwe odwzorowanie powierzchni dna wrębu w modelu koła stożkowego o kołowej linii zęba ma ogromne znaczenie w przypadku prowadzenia analiz przekładni pod obciążeniem z zastosowaniem metody elementów skończonych (MES). Ma ono wpływ na wyniki analiz numerycznych i przyszłych badań stanowiskowych. Jest to szczególnie ważne w przypadku przekładni do zastosowań lotniczych, gdzie każde niedopatrzenie może spowodować niebezpieczną sytuację, a nawet katastrofę. Model koła dokładnie odwzorowujący wręb stanowi również wzorzec do pomiaru na współrzędnościowych maszynach pomiarowych – do kontroli ostatecznej wyrobu lub na poszczególnych etapach obróbki uzębienia. Oprócz podstawowych parametrów koła (podziałki, grubości zęba, bicia) oraz topografii powierzchni bocznej niejednokrotnie konieczny jest pomiar powierzchni dna wrębu (promieni zaokrągłej stopy zęba, stożka stóp) i wysokości zęba na całej jego szerokości.

Kluczowym elementem modelu koła stożkowego o kołowej linii zęba jest powierzchnia wrębu, na którą składają się powierzchnie wklęsła i wypukła boczna oraz powierzchnia dna wrębu. Powierzchnia wrębu ma złożoną geometrię i stanowi odwzorowanie geometrii narzędzia, parametrów ustawczych obrabiarki oraz kinematyki procesu nacinania. Modele wrębów kół stożkowych o kołowo-lukowej linii zęba można używać na dwa sposoby:

- model bryłowy powstaje w wyniku symulacji obróbki w określonej liczbie kroków,
- model matematyczny powierzchni uzębienia ma postać równania parametrycznego lub siatki punktów [1, 3÷6].

Model bryłowy iteracyjny charakteryzuje się występowaniem na powierzchni wrębu graniastości powierzchni (rys. 1), dlatego nie nadaje się do analiz z wykorzystaniem MES.



Rys. 1. Powierzchnia wrębu koła stożkowego o kołowo-lukowej linii zęba uzyskana w wyniku symulacji obróbki, wykonana narzędziem: a) dwustronnym, b) jednostronnym

Ze względu na rozbudowany zapis równań parametrycznych opisujących powierzchnie wrębu, otrzymanych z modelu matematycznego, nie można bezpośrednio przenieść go do systemu CAD. W tej sytuacji występuje konieczność wygenerowania powierzchni wrębu w oparciu o punkty uzyskane z modelu matematycznego, równania parametrycznego powierzchni albo rozwiązania numerycznego. Otrzymaną powierzchnię wykorzystuje się do wykonania modelu bryłowego koła zębatego metodą hybrydową. Stanowi on model nominalny, przydatny w analizach i ocenie dokładności odwzorowania modeli wykonanych w inny sposób.

* Dr inż. Jadwiga Pisula (jpisula@prz.edu.pl), dr inż. Bartłomiej Sobolewski (b_sobolewski@prz.edu.pl) – Katedra Konstrukcji Maszyn Politechniki Rzeszowskiej

W przypadku braku siatki punktów definiujących dno wrębu można wykonać wręb innymi sposobami. Dokładność odwzorowania wrębu zaproponowanymi sposobami jest przedmiotem rozważań w tym artykule.

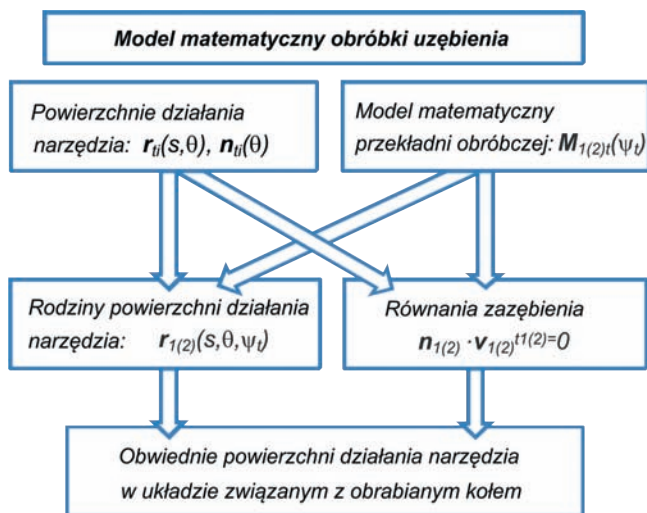
Powierzchnie wrębu uzyskiwane z modelu matematycznego uzębienia

Aby uzyskać powierzchnię wrębu kół, wykorzystano model matematyczny obróbki uzębienia, oparty na kinematycznej teorii obwiedni F. Litvina [2]. Według kinematycznej teorii obwiedni po rozwiązaniu układu równań zawierającego równanie zazębienia oraz równanie rodziny powierzchni działania narzędzia otrzymuje się rozwiązanie numeryczne w postaci współrzędnych punktów. Punkty te definiują powierzchnie składowe wrębu koła – wklęsłą i wypukłą – oraz powierzchnię dna wrębu. Powierzchnia dna wrębu stanowi odwzorowanie: zaokrąglenia naroża noży głowic frezarskich (ściernicy garnkowej) oraz odcinka płaskiego wierzchołka noża lub czoła ściernicy.

Do określenia wspomnianego układu równań konieczne jest zdefiniowanie matematycznego modelu obróbki odwziewierającego geometrię i kinematykę metody nacinania kół oraz równania powierzchni narzędzia. Każda krawędź na zarysie narzędzia tworzy odrębną powierzchnię, która generuje odpowiednią powierzchnię składową wrębu. Na rys. 2, przedstawiono schemat blokowy ilustrujący zależność poszczególnych składowych matematycznego modelu obróbki uzębienia.

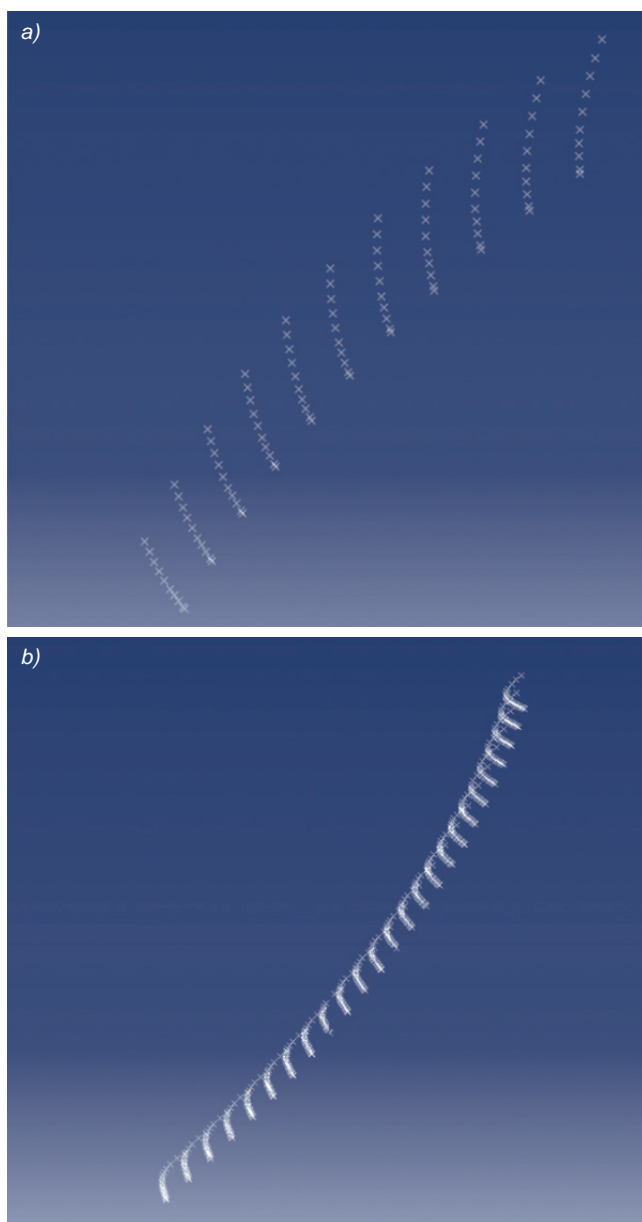
Do modelu matematycznego obróbki uzębienia, z którego otrzymuje się składowe powierzchnie wrębu, wprowadza się zestaw danych obejmujących geometrię kół, geometrię narzędzi oraz parametry ustawcze obróbki koła i zębniaka. Program wyznacza współrzędne siatek punktów stanowiące obwiednie składowych powierzchni działania narzędzia, a więc poszukiwaną powierzchnię wrębu koła.

Na rys. 3 przedstawiono przykładowe zbiory punktów wczytywane do programu CATIA, reprezentujące odpowiednio punkty powierzchni wklęsłej zębniaka oraz punkty powierzchni zaokrąglenia dna wrębu od strony wklęsłej.

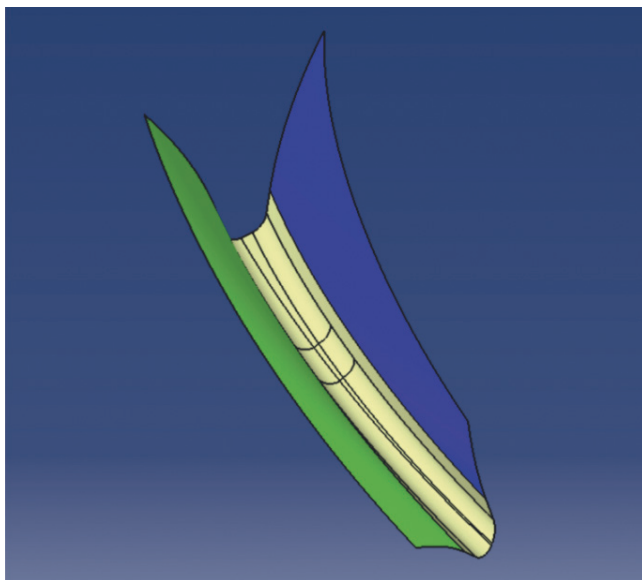


Rys. 2. Schemat blokowy otrzymywania powierzchni wrębu koła, gdzie: $r_{ii}(s, \theta)$ – parametryczne równania powierzchni działania narzędzia (i) dla zębniaka ($i=p$) i koła ($i=g$), s, θ – parametry definiujące powierzchnie, $n_{ii}(\theta)$ – jednostkowe wektory normalne do powierzchni działania narzędzia zębniaka i koła, $M_{1(2)t}(\psi_t)$ – macierz przekształceń układów współrzędnych (przejście z układu związanego z narzędziem S_t do układu związanego odpowiednio z obrabianym zębniakiem S_1 i obrabianym kołem S_2), ψ_t – uogólniony parametr ruchu, $r_{1(2)}(s, \theta, \psi_t)$ – rodzina powierzchni działania narzędzia określona w układzie związanym odpowiednio z zębniakiem (1) i kołem (2), $n_{1(2)}$ – jednostkowy wektor normalny określony w układzie współrzędnych związany odpowiednio z zębniakiem (1) i kołem (2), $v_{1(2)}^{t(2)}$ – prędkość względna narzędzia względem odpowiednio: zębniaka (1) i koła (2)

Rys. 4. Powierzchnia wrębu powstała na bazie powierzchni bocznych: wklęsłej i wypukłej oraz powierzchni dna wrębu zębniaka stożkowego



Rys. 3. Zbiory punktów definiujących wybrane powierzchnie składowe wrębu zębniaka stożkowego wyznaczone z równania obwiedni: a) powierzchnia wklęsła zębniaka, b) powierzchnia zaokrąglenia dna wrębu od strony wklęsłej zębniaka



Na zbiorach punktów określających poszczególne składowe powierzchni wrębu rozpięto powierzchnie. Po odpowiedniej obróbce (przycięciu, połączeniu) powierzchnie składowe utworzyły wręb koła. Na rys. 4 zaprezentowano wręb zębniaka otrzymany z powierzchni rozpiętych na zbiorach punktów stanowiących numeryczne rozwiązanie równania obwiedni.

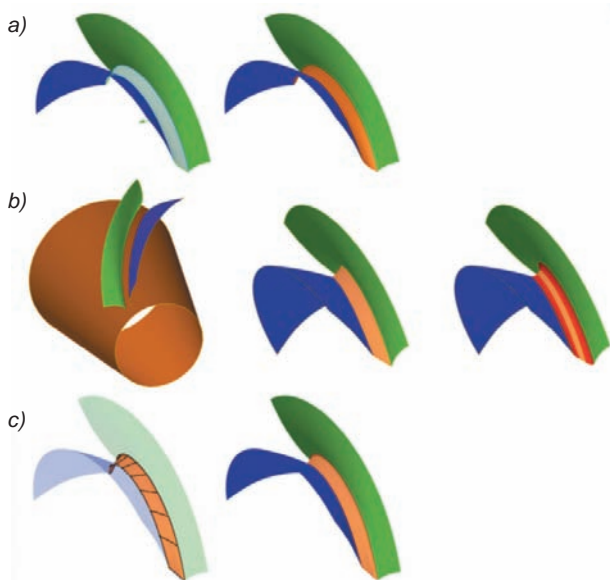
Inne sposoby tworzenia powierzchni dna wrębu kół stożkowych

Aby uprościć model, nie ograniczając możliwości jego zastosowania, bierze się pod uwagę jedynie powierzchnię boczną uzębienia, która obejmuje zakres możliwej współpracy pary kół. Zażębienie występuje na powierzchniach – wklęsłej i wypukłej – zęba. Tę geometrię pozyskuje się z modelu matematycznego, aby uniknąć błędnych wyników analiz zażębienia. Bez dokładnego odwzorowania fragmentu narzędzia generującego dno wrębu powierzchnia dna wrębu koła jest jedynie przybliżona. Właściwym kierunkiem działania jest ocena jakości przybliżenia powierzchni dna wrębu metodami uproszczonymi.

Podjęto próbę wykonania dna wrębu bez siatki punktów definiujących powierzchnie odwzorowujące zaokrąglenie naroży noży głowicy lub ściernicy. Zastosowano następujące metody tworzenia dna wrębu, które schematycznie przedstawiono na rys. 5:

- poprzez użycie powierzchni łączącej z modyfikacją współczynników wpływu między powierzchniami użytkowymi (wklęsłą i wypukłą),
- poprzez zastosowanie ekstrapolacji w stosunku do powierzchni użytecznych i wykorzystanie powierzchni określającej stożek stóp, a następnie zaokrąglenie powstałej krawędzi stałym promieniem,
- poprzez utworzenie profili poprzecznych w przekroju czołowym lub normalnym na modelu bryłowym uzyskanym z symulacji obróbki, a następnie wygenerowanie powierzchni na podstawie otrzymanych profili.

Na rys. 5a oraz 5b zaprezentowano sposoby uproszczenia powierzchni dna wrębu. Na rys. 5a dokonano ekstrapolacji powierzchni bocznych w kierunku dna, a następnie połączono je powierzchnią, tak aby spełnić warunki ciągłości ma poziomie wektorów stycznych i krzywizn. Na rys. 5b po ekstrapolacji powierzchni bocznych do fragmentu powierzchni stożka stóp koła zastosowano zaokrąglenie krawędzi o promieniu równym promieniowi zaokrąglenia naroża noża głowicy lub wierzchołka ściernicy. Na rys. 5c przedstawiono sposób



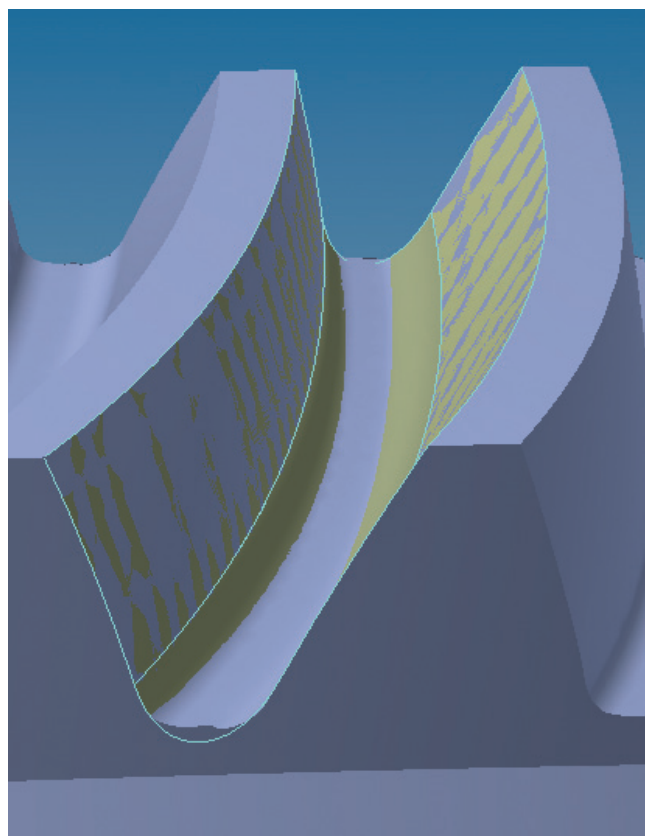
Rys. 5. Sposoby tworzenia dna wrębu: a) za pomocą powierzchni łączącej, b) z wykorzystaniem ekstrapolacji oraz powierzchni stożka stóp, c) z wykorzystaniem profili otrzymanych z modelu bryłowego powstałego w wyniku symulacji obróbki

tworzenia dna wrębu za pomocą profili otrzymanych na bazie modelu bryłowego powstałego w wyniku symulacji obróbki. Profile mogą być uzyskiwane w przekroju czołowym lub w przekroju normalnym.

Dokładność odwzorowania dna wrębu przez modele

Poniżej przedstawiono sposób wykonania modeli i porównano je z modelem odniesienia.

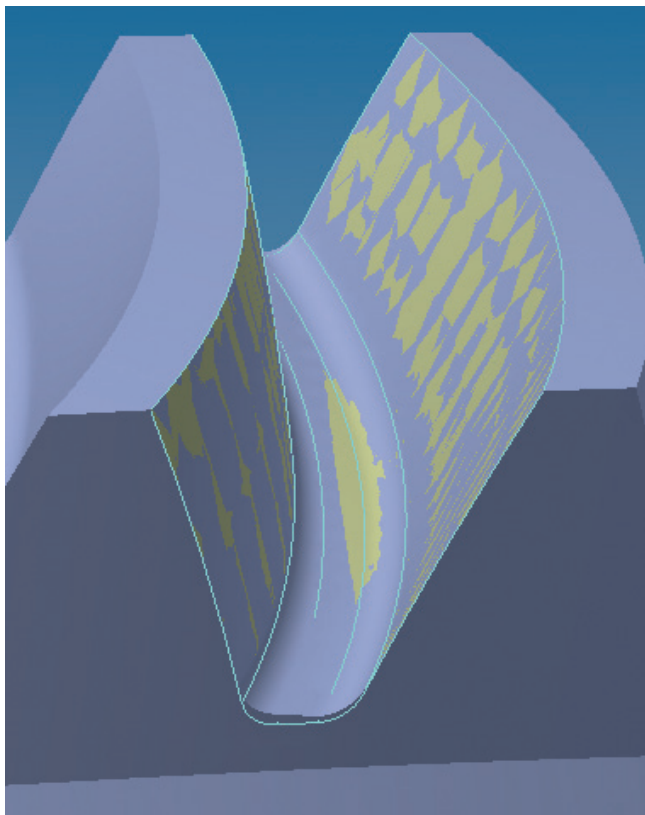
Powierzchnia łącząca powierzchnie Blend. W jej definicji ustawiono ciągłość na poziomie G^1 , czyli wektorów stycznych. Na rys. 6 przedstawiono dopasowanie uproszczonej powierzchni wrębu do nominalnej powierzchni otrzymanej z matematycznego modelu obróbki. Powierzchnia dna wrębu znacznie odbiega od nominalnego dna wrębu, jest to jednak najszybszy sposób wykonania tej powierzchni. Uproszczenie pozwala na wykorzystanie modeli do analizy współpracy przekładni bez obciążenia (TCA – *tooth contact analysis*).



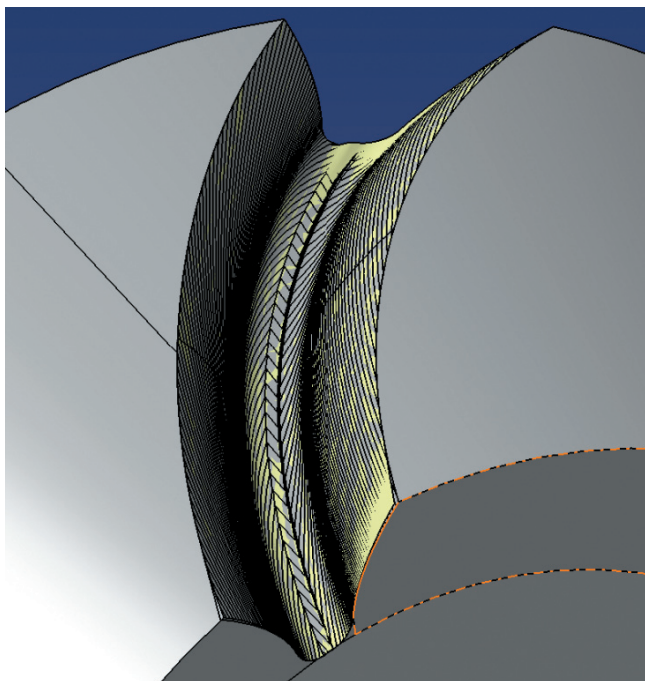
Rys. 6. Dopasowanie powierzchni wrębu, którego dno otrzymano z zastosowaniem polecenia Blend, z warunkami styczności klasy G^1

Drugi sposób tworzenia dna wrębu wymagał wykorzystania stożka o półkacie rozwarcia równym kątowi stożka stóp. Następnie wykonano ekstrapolację powierzchni użytecznych w kierunku powierzchni stożkowej, po czym docięto powierzchnie i zaokrąglono powstałe krawędzie stałym promieniem równym promieniowi zaokrąglenia naroża noża głowicy lub naroża ściernicy. Wizualnie charakter dopasowania utworzonej powierzchni dna wrębu do nominalnej powierzchni dna jest właściwy (rys. 7). Ponieważ w zaprezentowanym przypadku występują odchylenia, konieczne jest sprawdzenie tej metody na innych modelach. Maksymalne odchylenie od powierzchni nominalnej dna wynosi 0,056 mm. Jest to najdokładniejsza metoda tworzenia uproszczonej powierzchni dna wrębu.

Na rys. 8 i 9 przedstawiono dopasowanie powierzchni wrębów, które powstały z wykorzystaniem polecenia Multi-sections Surface. Do utworzenia powierzchni zamieszczonej na rys. 8 wykorzystano profile otrzymane z przecięcia wrębu

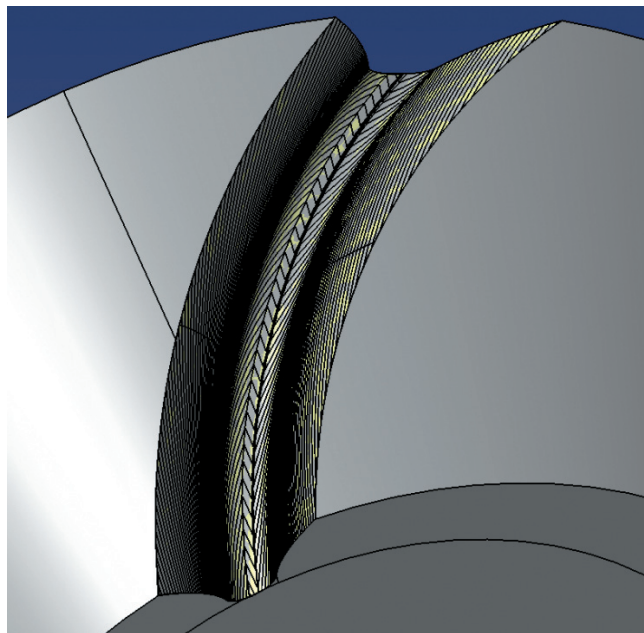


Rys. 7. Dopasowanie powierzchni wrębu, którego dno otrzymano z zastosowaniem ekstrapolacji oraz zaokrąglenia stałym promieniem



Rys. 8. Dopasowanie powierzchni wrębu uzyskanej na podstawie profili rzeczywistych usytuowanych w przekrojach czołowych koła

koła równo rozmieszczonymi płaszczyznami czołowymi. Powierzchnia wrębu pokazana na rys. 9 powstała na profilach utworzonych na płaszczyznach normalnych, pomiędzy którymi odległość była stała. Najlepsze dopasowanie na całej szerokości wrębu uzyskano w przypadku zastosowania profili w przekrojach normalnych. Za pomocą profili utworzonych w przekrojach czołowych uzyskuje się bardzo dobre dopasowanie pomiędzy profilami. W pobliżu wyjścia z wrębu z obu stron występuje odchylenie powierzchni wrębu. Wynika ono z niemożności otrzymania profili na końcach wrębu.



Rys. 9. Dopasowanie powierzchni wrębu uzyskanej na podstawie profili rzeczywistych usytuowanych w przekrojach normalnych koła

Podsumowanie

Metoda hybrydowa pozwala na otrzymanie modeli 3D CAD kół stożkowych o kołowo-łukowej linii zęba o wysokiej dokładności odwzorowania rzeczywistego koła.

Zadawalające odwzorowanie powierzchni wrębu koła stożkowego o kołowej linii zęba nacinanego metodami obwiedniowymi uzyskuje się dzięki zastosowaniu profili usytuowanych w przekrojach normalnych koła do definiowania powierzchni wrębu.

Na podstawie otrzymanej powierzchni wrębu z zastosowaniem metody hybrydowej otrzymuje się model CAD koła stożkowego, którego dokładność ma istotne znaczenie w przypadku produkcji przekładni lotniczych.

Dokładny model kół stożkowych znajduje zastosowanie w:

- numerycznych analizach wytrzymałościowych,
- jako referencyjne powierzchnie boczne zębów oraz dna wrębu do pomiarów na współrzędnościowych maszynach pomiarowych.

Badania realizowane w ramach Projektu „Nowoczesne technologie materiałowe stosowane w przemyśle lotniczym”, Nr POIG.01.01.02-00-015/08-0 w Programie Operacyjnym Innowacyjna Gospodarka (PO IG). Projekt współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego.

LITERATURA

1. Ding H., Adayi X. "New Modeling Methods of Spiral Bevel and Hypoid Gear Based on the CAD Surface Design Features". *WSEAS Transactions on Computers*. Vol. 14 (2015): pp. 134÷141.
2. Litvin F.L., Fuentes A. "Gear geometry and applied theory". 2nd ed. New York: Cambridge University Press, 2004.
3. Marciniak A., Pisula J., Płocica M., Sobolewski B. „Projektowanie przekładni stożkowych z zastosowaniem modelowania matematycznego i symulacji w środowisku CAD”. *Mechanik*. Nr 7 (2011): s. 602÷605.
4. Marciniak A., Sobolewski B. "Method of spiral bevel gear tooth contact analysis performed in CAD environment". *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*. Vol. 85, Iss. 6 (2013): article No. 17097833, pp. 467÷474.
5. Pisula J., Sobolewski B. „Metoda hybrydowa tworzenia modelu 3D-CAD stożkowego koła zębatego o kołowo-łukowej linii zęba”. *Mechanik*. Nr 2 (2014): streszczenie s.128, pełny tekst CD13, s. 1÷7.
6. Skawiński P., Siemiński P., Pomianowski R. „Generowanie modeli brylowych uzębień stożkowych za pomocą symulacji oprogramowanych w systemie 3D CAD”. *Mechanik*. Nr 11 (2011): s. 922. ■